

N° d'ordre 2384

# THÈSE

présentée

pour obtenir

**LE TITRE DE DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE  
TOULOUSE**

École doctorale : Informatique et Télécommunications

Spécialité : Réseaux et Télécommunications

Par M. Cristea Bogdan Eugen

Titre de la thèse : Techniques d'accès multiple avec changements d'horloge périodiques

Soutenue le 26 octobre 2006 devant le jury composé de :

M. Lacaze Bernard	Examineur
M. Roviras Daniel	Directeur de thèse
M. Șerbănescu Alexandru	Directeur de thèse
M. Helard Jean François	Rapporteur
M. Marghescu Ion	Rapporteur
M. Vandendorpe Luc	Rapporteur
M. Bălan Constantin	Examineur
M. Escrig Benoît	Examineur

# Remerciements

Je tiens, tout d'abord, à remercier monsieur Daniel Roviras, mon directeur de thèse, pour m'avoir accueilli en tant que thésard, pour son soutien et ses conseils qui ont toujours constitués une aide précieuse. Je tiens également à remercier monsieur Benoît Escrig, pour m'avoir encadrer, pour sa patience pendant des longues moments qu'il a passé en corrigeant mes articles. Un grand merci à monsieur Alexandru Șerbănescu, également mon directeur de thèse, qui a été aussi mon responsable de mon projet de fin d'études, et qui a rendu possible mon arrivée en France, au début pour un stage de fin d'études, ensuite pour le mastère et maintenant pour la thèse.

Je tiens à remercier aussi à monsieur Bernard Lacaze de m'avoir honoré avec sa présence dans le jury de soutenance. J'ai une grande admiration pour son intelligence et sa valeur scientifique. Je remercie aussi aux monsieurs Jean-François Héléard, Ion Marghescu et Luc Vandendope, d'avoir accepté d'être rapporteurs pour le manuscrit de ma thèse. Pas dans la dernière place, je voudrais remercier monsieur Constantin Balan pour sa présence dans le jury de soutenance. On se connaît depuis les premières années de faculté, quand j'ai été son étudiant, et je me rejouis de le voir de nouveau dans un moment où je suis en train d'obtenir une haute distinction académique.

Merci à mes collègues de bureau, Jean-Pierre Millerioux et Nicolas Dobigeon, pour les discussions constructives que nous avons eues et pour leur bonne humeur générale. Merci aux chercheurs, thésards et stagiaires, que j'ai eu la chance de connaître dans les laboratoires TéSA et IRIT, pour leurs conseils et leur aide.

Finalement, je tiens à remercier à mes parents et à mon frère pour leurs encouragements et leur soutien tout au long de ma thèse.

# Résumé

## Motivations

Cette thèse a commencé en novembre 2003 et représente la suite de travaux réalisés dans notre laboratoire (quatre thèses déjà présentées). Le sujet de recherche de ces thèses est l'utilisation des filtres linéaires périodiquement variant dans le temps (Linear Periodic Time-Varying (LPTV)) dans les communications analogiques et numériques. L'objectif de cette thèse consiste à appliquer les changements d'horloge périodiques (Periodic Clock Changes (PCCs)), en tant que cas particulier des filtres LPTV, à la conception des systèmes d'accès multiple. L'étude s'est focalisée sur une classe de PCCs : les entrelaceurs bloc (entrelaceurs matriciels, entrelaceurs circulaires et permutations aléatoires). Après une étude bibliographique sur les filtres LPTV et les systèmes d'accès multiple existants, nous étudions deux systèmes d'accès multiple fondés sur des entrelaceurs bloc.

## Accès multiple avec filtres LPTV

Un premier système d'accès multiple fondé sur des entrelaceurs bloc déterministes (entrelaceurs matriciels et circulaires) est proposé. Après mise en forme, les utilisateurs sont modulés sur des porteuses disjointes, ce qui permet d'en assurer l'orthogonalité. Les échantillons du signal modulé sont ensuite entrelacés par un entrelaceur bloc, identique pour chaque utilisateur. A la sortie de l'entrelaceur un signal à spectre étalé est obtenu. Dans les canaux à multitrajets, la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc est équivalente à une somme de PCCs. A partir de ce résultat, une technique d'annulation du caractère variant dans le temps de la somme des PCCs a été proposée. On peut montrer que l'interférence multi-utilisateur est nulle, lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones. Des techniques d'égalisation adaptées à notre système d'accès multiple ont été proposées. Les performances du système ont été comparées avec d'autres techniques d'accès multiple (dont Direct-Sequence Code Division Multiple Access (DS-CDMA), Chip-Interleaved Block-Spread CDMA (CIBS-CDMA) et Multi-Carrier CDMA (MC-CDMA)). Basé sur l'équivalence du modulateur et de l'entrelaceur avec un filtre LPTV, un algorithme de synchronisation a été proposé. Cet algorithme utilise la variation de la puissance reçue en fonction de la désynchronisation entre systèmes d'émission et de réception. On peut ainsi employer une boucle d'avance-retard pour synchroniser le récepteur.

## Accès multiple avec permutations aléatoires

Un second système d'accès multiple fondé sur des permutations aléatoires est ensuite étudié. Les bits d'information sont codés par un code à répétition (filtre de mise en forme) et ensuite entrelacés par une permutation aléatoire. Les permutations sont différentes pour chaque utilisateur, permettant ainsi d'obtenir l'orthogonalité des utilisateurs. Dans des canaux à multitrajets, une technique d'ajout de zéros permet d'éliminer l'interférence entre des blocs de chips adjacents. Ainsi, des techniques itératives de réception peuvent être utilisées. Tout d'abord, les performances du système ont été comparées avec la technique d'accès multiple DS-CDMA en utilisant un récepteur non-itératif de type Rake. La dernière partie de la thèse est consacrée aux techniques de réception itératives adaptées à la technique d'accès multiple proposée. Dans un premier temps, les techniques de turbo égalisation dans un contexte mono-utilisateur sont étudiées, puis les techniques de détection turbo sont abordées dans un contexte multi-utilisateur. La convergence des techniques de réception itératives est évaluée par les diagrammes EXtrinsic Information Transfer (EXIT).

Les résultats obtenus dans cette thèse ont été publiés dans plusieurs conférences : ICASSP 2004, Montreal, Canada ; EUSIPCO 2004, Vienna, Austria ; EUSIPCO 2005, Antalya, Turkey ; Communications 2006, Bucharest, Romania ; EUSIPCO 2006, Florence, Italy.

**Mots clefs** : filtres LPTV, changements d'horloge périodiques, entrelaceurs bloc, entrelaceurs matriciels, permutations aléatoires, systèmes d'accès multiple, techniques d'égalisation, récepteurs itératifs.

# Table des matières

Table des figures	5
Liste des tableaux	9
Glossaire	11
Abbreviations	15
<b>Introduction</b>	<b>17</b>
<b>I Présentation des filtres LPTV et des techniques d'accès multiple</b>	<b>21</b>
1 Filtres LPTV et changements d'horloge périodiques	23
1.1 Filtres LPTV à temps discret . . . . .	23
1.2 Changements d'horloge périodiques (PCCs) . . . . .	27
1.3 Effet des filtres LPTV sur les processus stationnaires . . . . .	30
1.4 Conclusion . . . . .	32
2 Canaux de propagation	33
2.1 Modèle général à temps discret . . . . .	33
2.2 Effet de la dispersion temporelle et de la vitesse de variation du canal .	34
2.3 Modèles statistiques de canaux . . . . .	36
2.4 Conclusion . . . . .	37
3 Techniques d'accès multiple	39
3.1 Accès multiple avec étalement de spectre à séquence directe (DS-CDMA)	39
3.2 Accès multiple avec séquences orthogonales et entrelaceurs matriciels (CIBS-CDMA) . . . . .	41
3.3 Accès multiple avec étalement de spectre à porteuses multiples (MC-CDMA) . . . . .	43
3.4 Conclusion . . . . .	47
<b>II Accès multiple avec filtres LPTV</b>	<b>49</b>
4 Présentation du système d'accès multiple avec filtres LPTV	51
4.1 Modèle à temps discret du système LPTVMA . . . . .	52

4.2	Technique d'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent . . . . .	55
4.2.1	Chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc . . . . .	55
4.2.2	Système LPTVMA . . . . .	59
4.3	Choix des paramètres du système LPTVMA . . . . .	62
4.4	Conclusion . . . . .	64
<b>5</b>	<b>Techniques d'égalisation adaptées au système LPTVMA</b>	<b>67</b>
5.1	Modèle du canal équivalent . . . . .	67
5.2	Techniques d'égalisation . . . . .	68
5.3	Performances du système LPTVMA . . . . .	72
5.4	Conclusion . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Technique de synchronisation pour le système LPTVMA</b>	<b>79</b>
6.1	Puissance du signal reçu en fonction du retard de transmission . . . . .	79
6.2	Technique de synchronisation basée sur une boucle d'avance-retard . . . . .	83
6.3	Conclusion . . . . .	85
<b>III</b>	<b>Accès multiple avec permutations aléatoires</b>	<b>87</b>
<b>7</b>	<b>Présentation du système d'accès multiple basé sur des permutations aléatoires</b>	<b>89</b>
7.1	Modèle à temps discret du système IDMA . . . . .	90
7.2	Performances du système avec récepteur Rake . . . . .	93
7.3	Conclusion . . . . .	96
<b>8</b>	<b>Récepteurs itératifs mono-utilisateur</b>	<b>97</b>
8.1	Notions préliminaires . . . . .	97
8.2	Module de décodage SISO pour le filtre de mise en forme . . . . .	99
8.3	Égalisation turbo . . . . .	100
8.4	Performances du système . . . . .	105
8.5	Conclusion . . . . .	108
<b>9</b>	<b>Récepteurs itératifs multi-utilisateurs</b>	<b>109</b>
9.1	Structure du récepteur . . . . .	109
9.2	Détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP . . . . .	111
9.3	Détecteur de chips gaussien (GCD) . . . . .	112
9.4	Détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA . . . . .	115
9.5	Performances du système . . . . .	117
9.6	Conclusion . . . . .	121

Conclusion générale et perspectives	123
Bibliographie	127
IV Annexes	131
A Structure équivalente avec filtres modulateurs d'un filtre LPTV	133
B Système équivalent à temps discret d'un système de communication mono-utilisateur	135
C PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc	137
D PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels	139
E PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires	143
F Annulation du caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels	145
G Annulation du caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires	149
H Variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels	151
I Variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires	155
J Présentation de l'algorithme de décodage MAP	159
K Présentation du module de décodage SISO	163





# Table des figures

1.1	Le filtre LTV caractérisé par la fonction de Green . . . . .	23
1.2	La fonction de Green d'un filtre LTV et LPTV . . . . .	24
1.3	La fonction bifréquentielle d'un filtre LPTV et LTI . . . . .	25
1.4	Structure équivalente avec filtres modulateurs d'un filtre LPTV . . . . .	26
1.5	L'entrelaceur convolutif . . . . .	28
1.6	L'entrelaceur matriciel et circulaire . . . . .	29
2.1	Système de communication mono-utilisateur en bande de base et système de communication équivalent . . . . .	33
2.2	La fonction "multipath intensity profile" dans un milieu urbain, $r_H(\tau)$ , et la fonction de corrélation "spaced-frequency", $R_H(f)$ . . . . .	35
2.3	La fonction de corrélation "spaced-time", $R_H(\Delta t)$ , et le spectre Doppler pour les canaux radio mobiles, $S(\lambda)$ . . . . .	36
3.1	Le modèle en temps discret du système DS-CDMA et le récepteur Rake	40
3.2	Le modèle à temps discret du système CIBS-CDMA et le récepteur du système CIBS-CDMA . . . . .	42
3.3	Le modèle en temps discret d'un système MC-CDMA et le récepteur du système MC-CDMA . . . . .	43
3.4	Génération d'un symbole MC-CDMA . . . . .	44
3.5	Le spectre des porteuses utilisées dans la construction du signal MC-CDMA . . . . .	45
3.6	Symbole MC-CDMA avec préfixe cyclique . . . . .	45
4.1	Le modèle à temps discret du système LPTVMA et le récepteur du système LPTVMA . . . . .	52
4.2	La densité spectrale de puissance du signal avant et après entrelacement dans le système LPTVMA . . . . .	53
4.3	Chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc et technique d'ajout de zéros et chaîne équivalente . . . . .	56
4.4	Exemple d'entrelaceur matriciel : première trame et deuxième trame . .	57
4.5	Exemple d'entrelaceur matriciel inverse avec un retard : d'un échantillon, de deux échantillons et de trois échantillons . . . . .	57
4.6	Le signal après l'ajout de zéros . . . . .	58
4.7	L'entrelaceur matriciel appliqué au signal avec ajout de zéros et l'entrelaceur circulaire appliqué au signal avec ajout de zéros . . . . .	59
4.8	Le signal après l'ajout de zéros et le signal après la mise en forme . . .	60
4.9	Frequency Division Multiplex et Orthogonal Frequency Division Multiplex	62

5.1	Le canal initial et le canal équivalent . . . . .	68
5.2	L'égaliseur DFE adapté pour un signal avec ajout périodique de zéros .	68
5.3	L'algorithme de Viterbi en parallèle sur plusieurs treillis pour des canaux avec trajets espacés . . . . .	69
5.4	La structure de trame du signal reçu, $y_\mu^{(0)}(k)$ , avant et après la conversion série-parallèle . . . . .	70
5.5	Le treillis périodiquement variant dans le temps (une période) pour un canal d'ordre $L_\mu = 2$ et pour des symboles d'entrée modulés BPSK . .	71
5.6	Les performances du système LPTVMA et DS-CDMA dans un canal idéal et avec utilisateurs asynchrones pour un rapport signal à bruit $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB . . . . .	74
5.7	Les performances du système LPTVMA et DS-CDMA dans un canal à multitrajets et avec 10 utilisateurs asynchrones . . . . .	75
5.8	Les performances du système LPTVMA, CIBS-CDMA et MC-CDMA dans un canal à multitrajets et avec nombre maximal d'utilisateurs quasi-synchrones . . . . .	76
6.1	Chaîne de transmission avec modulateurs et entrelaceurs bloc . . . . .	79
6.2	La variation de la puissance reçue normalisée $P_Y(i)/P_Y(0)$ dans le cas de l'entrelaceur matriciel et pour un retard de transmission : $i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ et $i \in \{-P, -P+1, \dots, P\}$ . . . . .	82
6.3	La variation de la puissance reçue normalisée $P_Y(i)/P_Y(0)$ dans le cas de l'entrelaceur circulaire ( $N = 1999$ et $Q = 80$ ) et pour un retard de transmission : $i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ et $i \in \{-P+1, -P+1, \dots, P-1\}$ . . . . .	83
6.4	Boucle d'avance retard avec entrelaceurs bloc . . . . .	84
7.1	Le modèle à temps discret du système IDMA . . . . .	90
7.2	La réponse impulsionnelle d'un filtre NRZ, biphase et alternance de +1 et -1 . . . . .	90
7.3	La densité spectrale de puissance du signal avant et après entrelacement dans le système IDMA . . . . .	91
7.4	Le signal après l'ajout de zéros . . . . .	91
7.5	Le récepteur Rake pour le système IDMA . . . . .	93
7.6	Les performances du système IDMA et DS-CDMA dans un canal idéal et avec utilisateurs asynchrones pour un rapport signal bruit $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB . . . . .	95
7.7	Les performances du système IDMA et DS-CDMA dans un canal à multitrajets et avec 10 utilisateurs asynchrones . . . . .	95
8.1	Source de Markov à temps discret observée à travers un canal gaussien et module de décodage SISO . . . . .	97
8.2	Équivalence filtre de mise en forme - code à répétition . . . . .	99
8.3	Module de décodage SISO pour le filtre de mise en forme . . . . .	99
8.4	Transmission codée dans un canal à multitrajets . . . . .	100
8.5	Égaliseur turbo . . . . .	101
8.6	Structure du précodeur . . . . .	102
8.7	Canal équivalent incluant l'influence du précodeur . . . . .	103
8.8	Les performances de l'égaliseur turbo sans précodeur et avec précodeur $p(D) = 1 + D$ . . . . .	103

8.9	Les performances du système IDMA avec $M = 2$ utilisateurs sans précodeur et avec précodeur . . . . .	106
8.10	Diagramme EXIT du récepteur itératif mono-utilisateur à un rapport signal à bruit $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB . . . . .	107
9.1	Le récepteur multi-utilisateur pour le système IDMA . . . . .	110
9.2	L'hypertrellis des canaux de tous les utilisateurs . . . . .	111
9.3	Détecteur multi-utilisateur basé sur l'algorithme PDA . . . . .	116
9.4	Comparaison entre le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP et le détecteur GCD simplifié pour $M = 2$ utilisateurs . . . . .	118
9.5	Diagramme EXIT du récepteur itératif multi-utilisateurs à un rapport signal à bruit $\frac{E_b}{N_0} = 10$ dB . . . . .	119
9.6	Les performances du système IDMA avec $M = 10$ utilisateurs et détecteur GCD simplifié et détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA . . . . .	120



# Liste des tableaux

5.1	Tableau récapitulatif pour synthétiser les apports du MLSE avec algorithme de Viterbi en parallèle basé sur le treillis variant dans le temps .	71
5.2	Les paramètres du système LPTVMA . . . . .	72
5.3	Les paramètres du système DS-CDMA . . . . .	73
5.4	Les paramètres du système CIBS-CDMA . . . . .	75
5.5	Les paramètres du système MC-CDMA . . . . .	76
7.1	Les paramètres du système IDMA avec récepteur Rake . . . . .	94
8.1	Les paramètres du système IDMA avec récepteur itératif . . . . .	105



# Glossaire

$\mathbb{N}$	l'ensemble des nombres entiers, $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} - \{0\}$
$\mathbb{Z}$	l'ensemble des nombres entiers signés, $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} - \{0\}$
$\mathbb{R}$	l'ensemble des nombres réels, $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} - \{0\}$
$\mathbb{C}$	l'ensemble des nombres complexes, $\mathbb{C}^* = \mathbb{C} - \{0\}$
$\lceil a \rceil$	la partie entière supérieure ou égale au nombre réel $a \in \mathbb{R}$
$\lfloor a \rfloor$	la partie entière inférieure ou égale au nombre réel $a \in \mathbb{R}$

$\text{gcd}(N, Q)$  le plus grand diviseur commun des nombres entiers  $N$  et  $Q$

$j$   $j = \sqrt{-1}$   
 $X(e^{j\omega}) \xleftrightarrow{\mathcal{F}} x(n)$  la transformée de Fourier d'un signal à temps discret  $x(n)$

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)e^{-j\omega n}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

$X(z) \xleftrightarrow{\mathcal{Z}} x(n)$  la transformée en  $\mathcal{Z}$  d'un signal à temps discret  $x(n)$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n)z^{-n}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_{\Gamma} X(z) z^n dz$$

où  $\Gamma$  est un contour appartenant au domaine de convergence de  $X(z)$

$\delta(n)$	la fonction de Kronecker :
$\delta(n) = \begin{cases} 1 & n = 0, \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$	
$\delta(t)$	la distribution de Dirac :
$\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\delta(t)dt = x(0)$	
	où $x(t)$ est une fonction (signal) quelconque
$x(n) * y(n)$	le produit de convolution entre les séquences à temps discret $x(n)$ et $y(n)$ :
$x(n) * y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k)y(n-k) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(n-k)y(k)$	
$E[X]$	l'espérance mathématique de la variable aléatoire $X$
$\text{Var}[X]$	la variance de la variable aléatoire $X$ , $\text{Var}[X] = E[(X - E[X])^2]$
$U^*(n)$	le complexe conjugué de la fonction (processus aléatoire, signal) $U(n)$
$\pi(n)$	la permutation périodique
$\pi^{-1}(n)$	la permutation inverse de $\pi(n)$
$\underline{n}_N$	le reste de la division de $n \in \mathbb{Z}$ par $N \in \mathbb{N}^*$
$W_N$	$W_N = e^{-j\frac{2\pi}{N}}$ , $N \in \mathbb{N}^*$
$u^{(0)}(n)$	l'exposant $^{(0)}$ montre le fait que le signal $u^{(0)}(n)$ est obtenu à partir du signal $u(n)$ avec une insertion périodique de zéros
$\mathbf{a}, \mathbf{A}$	des lettres en gras sont employées pour des vecteurs, $\mathbf{a}$ , respectivement des matrices, $\mathbf{A}$
$\mathbf{a}^T, \mathbf{A}^T$	la transposée du vecteur $\mathbf{a}$ , respectivement de la matrice $\mathbf{A}$
$\mathbf{a}^H, \mathbf{A}^H$	la transformée Hermitienne (la transposée complexe conjuguée) du vecteur $\mathbf{a}$ , respectivement de la matrice $\mathbf{A}$
$\mathbf{A}^{-1}$	l'inverse de la matrice carré $\mathbf{A}$
$\text{diag}(\mathbf{A})$	la matrice diagonale obtenue à partir de la matrice carré $\mathbf{A}$ en gardant la diagonale principale
$\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{M \times N}$	$\mathbf{A}$ est une matrice complexe avec $M$ lignes et $N$ colonnes



$\mathbf{I}_N$	la matrice unitaire avec $N$ lignes et $N$ colonnes
$\mathbf{0}_{M \times N}$	la matrice zéro avec $M$ lignes et $N$ colonnes
$E[\mathbf{X}]$	l'espérance mathématique du vecteur de variables aléatoires $\mathbf{X}$ , avec un élément donné par $E[X_i]$ , $X_i$ étant un élément du vecteur $\mathbf{X}$
$\text{Cov}[\mathbf{X}]$	la matrice de covariance du vecteur de variables aléatoires $\mathbf{X}$ , avec un élément donné par $E[(X_i - E[X_i])(X_j - E[X_j])]$ , $X_i, X_j$ étant deux éléments du vecteur $\mathbf{X}$



# Abbreviations

<b>BER</b>	Bit Error Rate,
<b>BPSK</b>	Binary Phase Shift Keying,
<b>CIBS-CDMA</b>	Chip-Interleaved Block-Spread CDMA,
<b>DDFSE</b>	Delayed Decision-Feedback Sequence Estimator,
<b>DFE</b>	Decision Feedback Equalizer,
<b>DS-CDMA</b>	Direct-Sequence Code Division Multiple Access,
<b>EXIT</b>	EXtrinsic Information Transfer,
<b>FDM</b>	Frequency Division Multiplex,
<b>FFT</b>	Fast Fourier Transform,
<b>FIR</b>	Finite Impulse Response,
<b>GCD</b>	Gaussian Chip Detector,
<b>IDMA</b>	Interleave Division Multiple Access,
<b>IFDMA</b>	Interleaved Frequency Division Multiple Access,
<b>IFFT</b>	Inverse FFT,
<b>IRA</b>	Irregular Repeat-Accumulate,
<b>LPTV</b>	Linear Periodic Time-Varying,
<b>LPTVMA</b>	LPTV-based Multiple Access,
<b>LTI</b>	Linear Time Invariant,
<b>LTV</b>	Linear Time-Varying,
<b>MAP</b>	Maximum A Posteriori,
<b>MC-CDMA</b>	Multi-Carrier CDMA,
<b>MF</b>	Matched Filter,
<b>MLSE</b>	Maximum-Likelihood Sequence Estimator,
<b>MMSE</b>	Minimum Mean Square Error,
<b>MRC</b>	Maximum Ratio Combining,
<b>MUD</b>	Multi-User Detector,
<b>NRZ</b>	Non Return to Zero,

<b>OFDM</b>	Orthogonal Frequency Division Multiplex,
<b>PCC</b>	Periodic Clock Change,
<b>PCCs</b>	Periodic Clock Changes,
<b>PDA</b>	Probabilistic Data Association,
<b>QPSK</b>	Quaternary Phase Shift Keying,
<b>RA</b>	Repeat-Accumulate,
<b>SISO</b>	Soft-Input Soft-Output,
<b>SUD</b>	Single-User Detector,

# Introduction

Les filtres linéaires variant périodiquement dans le temps (LPTV) appliqués aux communications analogiques et numériques ont fait l'objet de quatre thèses au sein de notre laboratoire. Au départ, ces filtres ont été étudiés sous forme analogique. Les applications envisagées étaient liées à l'échantillonnage, à l'étalement spectral d'un signal, à la modélisation de systèmes de communications et à la conception des systèmes d'accès multiple. Les filtres LPTV ont ensuite été étudiés sous forme numérique avec des applications dans le domaine du traitement multicadence et aux systèmes de communications numériques. Notre thèse représente la suite de ces travaux et consiste à appliquer les changements d'horloge périodiques (PCCs), en tant que cas particulier des filtres LPTV, à la conception de systèmes d'accès multiple. L'étude s'est focalisée sur une classe de PCCs : les entrelaceurs bloc (entrelaceurs matriciels, entrelaceurs circulaires et permutations aléatoires).

Cette thèse est organisée en trois parties, chacune d'entre elles étant constituées de trois chapitres.

La première partie est une étude bibliographique sur les filtres LPTV et les systèmes d'accès multiple.

Tout d'abord nous établirons le cadre théorique nécessaire pour nos développements. Ainsi, le premier chapitre propose une présentation des filtres LPTV à temps discret et des changements d'horloge périodiques (PCCs). Les relations entrée-sortie des filtres LPTV dans le domaine temporel et fréquentiel sont tout d'abord présentées. La structure équivalente à base de filtre modulateurs est aussi décrite. Ensuite, un cas particulier important des filtres LPTV est présenté : les PCCs. L'équivalence entre un Periodic Clock Change (PCC) à temps discret et un entrelaceur périodique est montrée. Une sous classe d'entrelaceurs périodiques, souvent utilisée dans les communications numériques, les entrelaceurs bloc, est ensuite abordée. Plusieurs exemples d'entrelaceurs bloc sont brièvement décrits. L'effet des filtres LPTV sur les processus stationnaires d'entrée est aussi présenté. On montre que le signal à la sortie du filtre LPTV est la réalisation d'un processus cyclostationnaire de même période que le filtre LPTV. Une expression pour la densité spectrale de puissance de la version stationnarisée du signal à la sortie du filtre LPTV est déduite. Basé sur ce résultat, on montre la capacité d'étalement des filtres LPTV.

Dans le deuxième chapitre, on s'intéresse aux canaux de propagation utilisés dans les communications radio mobiles. Ces canaux de propagation seront utilisés dans les systèmes d'accès multiple étudiés dans cette thèse. En utilisant la théorie des filtres variant dans le temps (Linear Time-Varying (LTV)), le modèle général à temps discret du canal de propagation est déduit. Ce modèle est ensuite simplifié pour obtenir un canal de propagation représentable sous la forme d'un filtre Finite Impulse Response (FIR), avec des coefficients variant dans le temps. L'effet de la dispersion temporelle et de la

vitesse de variation du canal est caractérisé en utilisant la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle du canal. Plusieurs paramètres permettant de caractériser le canal de propagation sont discutés. Les modèles statistiques de canaux de propagation, représentés par les distributions de Rayleigh et Rice, sont aussi présentés.

Dans le troisième chapitre, plusieurs techniques d'accès multiple sont présentées, notamment celles qui seront utilisées dans la suite pour réaliser des comparaisons avec les systèmes d'accès multiple proposés dans cette thèse. Le système d'accès multiple DS-CDMA est tout d'abord décrit. Le choix des séquences d'étalement, le récepteur Rake et les récepteurs multi-utilisateurs sont brièvement discutés. Ensuite, un système d'accès multiple semblable au système DS-CDMA et basé sur des séquences orthogonales et entrelaceurs matriciels (CIBS-CDMA) est présenté. L'interférence multi-utilisateurs dans ce système est nulle grâce à une introduction périodique de zéros à l'émission et lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones. Un autre système d'accès multiple basé sur des séquences d'étalement et porteuses multiples (MC-CDMA) est présenté. L'atténuation de l'effet du canal de propagation avec l'insertion d'un préfixe cyclique et l'utilisation de la modulation multiporteuse (Orthogonal Frequency Division Multiplex (OFDM)) est décrite.

Dans la deuxième partie de cette thèse, un système d'accès multiple fondé sur des entrelaceurs bloc (matriciels ou circulaires) est proposé.

Dans le quatrième chapitre, une description générale du système d'accès multiple proposé est réalisée. Cette description nous permet d'introduire les problèmes posés par ce système, leurs résolutions étant ensuite discutées au long de cette deuxième partie. Dans notre système, l'orthogonalité des utilisateurs est obtenue avec des fréquences porteuses différentes. Les signaux modulés sont ensuite étalés par des entrelaceurs bloc. On montre que la présence des entrelaceurs bloc et du canal à multitrajets dans la chaîne de transmission fait que le signal reçu est affecté par une somme de PCCs. Le canal équivalent (entrelaceur bloc, canal à multitrajets, entrelaceur bloc inverse) de cette chaîne a un caractère variant dans le temps et donc les techniques classiques d'égalisation ne peuvent pas être utilisées directement. Une technique d'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent est ensuite proposée. Cette technique est basée sur l'insertion périodique de zéros dans le signal émis. Cette technique est appliquée aux entrelaceurs matriciels et circulaires pour annuler le caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc. Avec cette technique d'ajout de zéros, le canal équivalent devient invariant dans le temps. Ce canal équivalent est toujours un canal à multitrajets, mais avec des retards  $Q$  fois plus grands que les retards rencontrés dans le canal initial. Cette technique d'ajout de zéros est ensuite adaptée au système d'accès multiple proposé. On montre que, si les utilisateurs sont quasi-synchrones et les entrelaceurs utilisés ont la même période, alors un système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateurs est obtenu. Ainsi, des techniques classiques d'égalisation peuvent être utilisées. Le choix des paramètres du système proposé, en fonction de différentes contraintes imposées (orthogonalité des utilisateurs, capacité d'étalement des entrelaceurs, annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent), est aussi discuté.

Le cinquième chapitre présente plusieurs techniques d'égalisation adaptées à la forme particulière de la réponse impulsionnelle du canal équivalent. Tout d'abord, le modèle du canal équivalent est déduit et ensuite l'adaptation des égaliseurs Decision Feedback Equalizer (DFE) et Maximum-Likelihood Sequence Estimator (MLSE)

est présentée. Ensuite, les performances du système proposé, dans différentes configurations et par rapport aux systèmes d'accès multiple présentés dans le troisième chapitre, sont évaluées par simulation. On montre, par simulation, que l'interférence multi-utilisateurs est plus faible que dans un système DS-CDMA. Dans des canaux à multitrajets et avec utilisateurs asynchrones, on peut utiliser un égaliseur, mais les performances sont limitées par l'interférence multi-utilisateurs. L'interférence multi-utilisateurs dans le système LPTVMA peut être complètement éliminée lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones.

Dans le sixième chapitre une technique de synchronisation pour le système d'accès multiple avec filtres LPTV est proposée. Une expression théorique de la puissance reçue en fonction du retard de transmission est déduite dans le cas particulier d'un entrelaceur matriciel et ensuite circulaire. Basé sur la variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission, on peut expliquer la faible interférence multi-utilisateurs dans notre système avec utilisateurs asynchrones. L'expression théorique de la puissance reçue est utilisée dans la suite, dans le cadre d'une boucle d'avance-retard pour synchroniser les entrelaceurs bloc d'émission et de réception. Nous montrons que la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc peut être synchronisée en deux étapes : acquisition et poursuite. Une condition nécessaire pour que la chaîne de transmission puisse être synchronisée avec cette technique est que la puissance reçue ait une variation monotone pour un retard de transmission suffisamment petit. Les entrelaceurs matriciel et circulaire satisfont cette condition.

Dans la troisième partie de la thèse, un second système d'accès multiple fondé sur des permutations aléatoires est étudié.

Le septième chapitre décrit le modèle en temps discret du système d'accès multiple avec permutations aléatoires. Le signal suréchantillonné de chaque utilisateur est filtré par un filtre de mise en forme et ensuite entrelacé. Contrairement au système d'accès multiple étudié dans la deuxième partie, ici l'orthogonalité des utilisateurs et l'étalement spectral est réalisé à l'aide de permutations aléatoires différentes. Cette approche simplifie l'émetteur et rend plus faisable l'implémentation des techniques itératives de réception. Pour pouvoir implémenter des techniques itératives de réception une technique d'ajout de zéros est proposée. Cette technique permet d'éliminer l'interférence entre les blocs des chips obtenus après l'entrelacement générée par la propagation à travers des canaux à multitrajets. Le système d'accès multiple basé sur permutations aléatoires est semblable avec un système DS-CDMA, où les séquences d'étalement et de scrambling sont remplacées par les permutations aléatoires. Les performances du système avec permutations aléatoires ont été donc comparées avec un système DS-CDMA avec récepteur Rake.

Dans le huitième chapitre, nous introduisons des récepteurs itératifs mono-utilisateur. Tout d'abord, un module de décodage Soft-Input Soft-Output (SISO) est décrit. Ce module est la composante de base des récepteurs itératifs utilisés dans la suite. Le module de décodage SISO est ensuite spécifié dans le cas du filtre de mise en forme employé dans le système proposé. L'égalisation turbo est ensuite brièvement décrite. Ainsi on peut s'apercevoir que le système d'accès multiple proposé dans cette partie est une généralisation des principes d'égalisation turbo dans un contexte multi-utilisateur. Les performances de l'égaliseur turbo peuvent être améliorées avec un précodeur placé avant le canal à multitrajets. Nous allons donc utiliser le précodeur dans notre système d'accès multiple. Les performances du système d'accès multiple avec égaliseur turbo

sont étudiées à l'aide des simulations. Il est montré que l'utilisation du précodeur est nécessaire pour obtenir de bonnes performances. Ce résultat peut être aussi expliqué comme la conséquence des codes Repeat-Accumulate (RA) (filtre de mise en forme, entrelaceur et précodeur) employés à l'émission.

Après avoir présenté l'égaliseur turbo, nous généralisons ce principe dans le neuvième et dernier chapitre de cette thèse, dédié aux récepteurs itératifs multi-utilisateurs. Tout d'abord, l'architecture générale d'un récepteur itératif multi-utilisateurs est décrite. Ensuite, le détecteur multi-utilisateurs optimal, basé sur l'algorithme Maximum A Posteriori (MAP), est présenté. Dans le cas multi-utilisateurs, la complexité de ce détecteur est trop élevée, ce qui amène à l'utilisation de détecteurs multi-utilisateurs sous-optimaux, avec complexité réduite. Ainsi, l'interférence multi-utilisateurs et inter-chip est considérée comme étant un bruit gaussien. Nous avons proposé un détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme Probabilistic Data Association (PDA). Le détecteur proposé est une généralisation du détecteur multi-utilisateurs basé sur l'approximation gaussienne. Notre détecteur multi-utilisateurs permet d'accélérer la convergence de l'algorithme itératif de réception et de diminuer la complexité du récepteur itératif.



## Première partie

### Présentation des filtres LPTV et des techniques d'accès multiple



# Chapitre 1

## Filtres LPTV et changements d'horloge périodiques

L'objet de cette thèse est l'étude de systèmes d'accès multiple à base d'entrelaceurs bloc. Au niveau formel l'opération d'entrelacement peut être vue comme une opération de filtrage par un PCC, une sous-classe des filtres LPTV.

Dans ce chapitre nous allons fournir un cadre formel à l'étude des entrelaceurs bloc. Ce chapitre commencera par l'étude des filtres LPTV, puis des PCCs. Le cas particulier des entrelaceurs bloc sera ensuite présenté. Finalement l'effet des filtres LPTV sur les processus stationnaires au sens large sera décrit.

### 1.1 Filtres LPTV à temps discret

Soit  $u(n)$ , une réalisation d'un processus aléatoire à temps discret  $U(n)$ , l'entrée d'un filtre linéaire variant dans le temps (LTV) (pas nécessairement périodique) (Fig. 1.1). Dans la suite, nous allons considérer que le signal d'entrée  $u(n)$  a la même fréquence d'échantillonnage  $F_e$  que le signal de sortie du filtre LTV  $v(n)$ <sup>1</sup>.

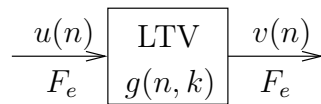


FIG. 1.1: Le filtre LTV caractérisé par la fonction de Green

Le filtre LTV est caractérisé par la relation temporelle [1] :

$$v(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n, k)u(k) \quad (1.1)$$

La fonction  $g(n, k)$  (Fig. 1.2a) est appelée la fonction de Green et représente la réponse impulsionnelle du filtre LTV à l'instant  $n$  déterminée par une impulsion unitaire appliquée à l'instant  $k$ . La condition nécessaire et suffisante pour que le filtre LTV caractérisé par (1.1) soit causal est  $g(n, k) = 0 \forall n < k$ .

---

<sup>1</sup>Il y a des transformations variables dans le temps, par exemple le suréchantillonnage, où le signal de sortie a une fréquence d'échantillonnage différente du signal d'entrée. De telles transformations ne seront pas prises en compte dans les définitions suivantes.

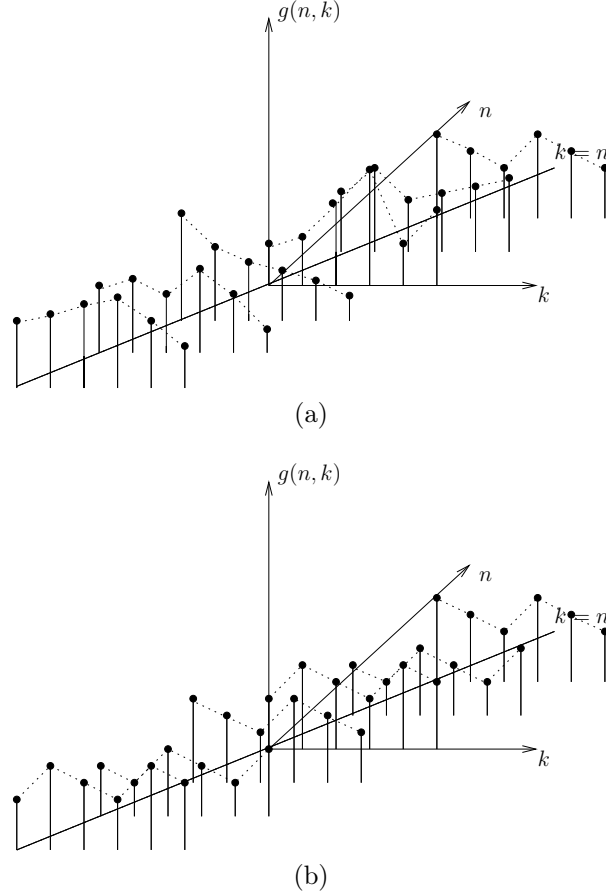


FIG. 1.2: La fonction de Green d'un filtre (a) LTV ; (b) LPTV ( $N = 3$ )

Lorsqu'il existe  $N \in \mathbb{N}^*$ , tel que  $g(n, k)$  est périodique de période  $N$  par rapport à  $n$  et  $k$ ,  $g(n, k) = g(n + N, k + N)$ , alors on dira que le filtre LTV est un filtre LPTV de période  $N$  (Fig. 1.2b).

La relation entrée-sortie d'un filtre LTV (1.1) peut être réécrite sous la forme [1] :

$$v(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_{n-k}(n)u(k) \quad (1.2)$$

où

$$h_k(n) = g(n, n - k) \quad (1.3)$$

Lorsque le filtre LTV est un filtre LPTV de période  $N$  alors  $h_k(n)$  est périodique par rapport à  $n$  de période  $N$ ,  $h_k(n) = h_k(n + N) \forall n, k \in \mathbb{Z}$ .

Si  $N = 1$ , alors le filtre LPTV devient un filtre linéaire invariant dans le temps (Linear Time Invariant (LTI)). Dans ce cas, la relation (1.2) représente la convolution linéaire entre le signal d'entrée  $u(n)$  et la réponse impulsionnelle du filtre  $h_k(n) = h_k \forall n, k \in \mathbb{Z}$ .

Parallèlement avec les relations temporelles (1.1) et (1.2), un filtre LTV peut être caractérisé par une relation fréquentielle. Dans ce but, on prend, dans (1.1), la trans-

formée de Fourier de  $v(n)$  et on remplace  $u(k)$  par sa transformée de Fourier :

$$V(e^{j\omega_y}) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v(n)e^{-j\omega_y n} \quad (1.4)$$

$$= \int_{-\pi}^{+\pi} H(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) U(e^{j\omega_x}) d\omega_x \quad (1.5)$$

où

$$H(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n, k) e^{j\omega_x k} e^{-j\omega_y n} \quad (1.6)$$

est appelée la réponse bifréquentielle du filtre LTV.

Pour un filtre LPTV de période  $N$ , on montre que la réponse bifréquentielle  $H(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y})$  est représentée par un ensemble de lignes spectrales parallèles [2] (Fig. 1.3a) :

$$H(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) = F(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) \sum_{q=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\omega_x - \omega_y + \frac{2\pi q}{N}\right) \quad (1.7)$$

où

$$F(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} g(i, r) e^{j\omega_x r} e^{-j\omega_y i} \quad (1.8)$$

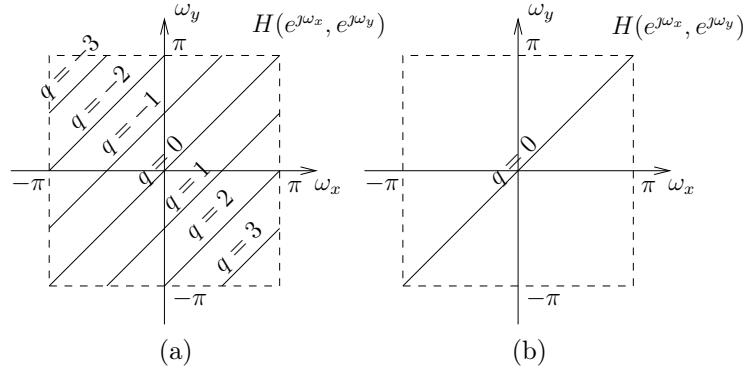


FIG. 1.3: La fonction bifréquentielle d'un filtre : (a) LPTV ( $N = 4$ ) ; (b) LTI ( $N = 1$ )

La  $q$ -ième ligne spectrale est caractérisée par l'équation  $\omega_y - \omega_x = \frac{2\pi q}{N}$ . Au long de cette ligne, la réponse bifréquentielle est caractérisée par la fonction de transfert :

$$F_q(e^{j\omega}) = F\left(e^{j(\omega - \frac{2\pi q}{N})}, e^{j\omega}\right) \quad (1.9)$$

Comme  $F_q(e^{j\omega})$  est périodique par rapport à  $q$  de période  $N$ , la fonction bifréquentielle (1.7) d'un filtre LPTV de période  $N$  est complètement caractérisée par  $N$  lignes spectrales.

On peut montrer que la fonction bifréquentielle d'un filtre LTI est représentée par une seule ligne spectrale située le long de la première diagonale [2] (Fig. 1.3b). Dans ce cas, la fonction qui caractérise la première diagonale  $F_0(e^{j\omega})$  représente la fonction de transfert du filtre LTI.

A partir de la définition d'un filtre LPTV, (1.1) ou (1.2), quatre représentations équivalentes peuvent être déduites [1]. Ces représentations équivalentes sont utiles dans l'analyse et la synthèse des filtres LPTV. Pour nos développements, la structure à base de filtres modulateurs (Fig. 1.4) est la plus adaptée. En effet, cette structure va nous permettre, dans un premier temps, de démontrer la capacité d'étalement des filtres LPTV (voir section 1.3) et, dans un deuxième temps, de développer une technique de synchronisation pour un cas particulier des filtres LPTV (voir chapitre 6).

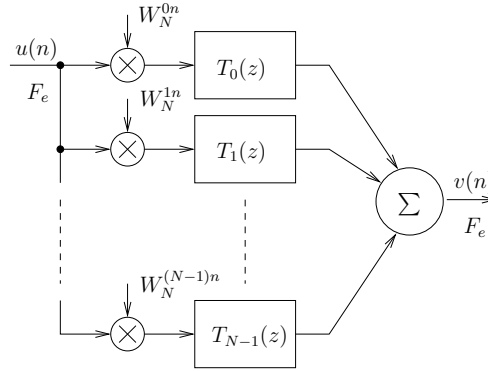


FIG. 1.4: Structure équivalente avec filtres modulateurs d'un filtre LPTV

La relation entrée-sortie pour la structure équivalente à base de filtres modulateurs d'un filtre LPTV de période  $N$  s'écrit sous la forme :

$$V(z) = \sum_{p=0}^{N-1} U(W_N^p z) T_p(z) \quad (1.10)$$

où  $U(z)$  (respectivement  $V(z)$ ) est la transformée en  $\mathcal{Z}$  du signal  $u(n)$  ( respectivement  $v(n)$ ) et

$$T_p(z) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} C_r(W_N^p z) W_N^{pr} \quad (1.11)$$

est la fonction de transfert du  $p$ -ième filtre modulateur.  $C_r(z)$  est la transformée en  $\mathcal{Z}$  de  $h_k(r)$ . La démonstration des relations (1.10) et (1.11) est disponible dans l'annexe A.

D'après (1.10), le signal d'entrée du filtre LPTV,  $u(n)$ , est modulé tout d'abord avec  $N$  porteuses différentes  $W_N^{pn}$ ,  $p \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  et ensuite filtré par  $N$  filtres LTI de fonction de transfert  $T_p(z)$  (Fig. 1.4). Ces filtres s'appellent filtres modulateurs parce que leurs entrées sont constituées d'un même signal modulé par des fréquences porteuses différentes. La sortie du filtre LPTV,  $v(n)$ , est représentée par la somme des sorties de tous les filtres modulateurs. La structure équivalente à base de filtres modulateurs sera utilisée dans la suite pour la détermination d'une expression théorique de la puissance du signal en sortie du filtre LPTV.

Ce premier sous-chapitre a donc présenté les relations entrée-sortie temporelle et fréquentielle des filtres LPTV. La structure équivalente à base de filtres modulateurs a aussi été décrite. Un cas particulier de filtres LPTV va maintenant être présenté : les changements d'horloge périodiques (PCCs).

## 1.2 Changements d'horloge périodiques (PCCs)

Soit  $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  une application. Un changement d'horloge à temps discret (pas nécessairement périodique) est défini par la relation entrée-sortie [3] :

$$v(n) = u(n - f(n)) \quad (1.12)$$

Lorsqu'il existe  $N \in \mathbb{N}^*$  tel que l'application  $f(n)$  est périodique par rapport à  $n$  de période  $N$ ,  $f(n) = f(n + N)$ , alors le changement d'horloge est un PCC de période  $N$ .

On vérifie facilement que le PCC est un cas particulier de filtre LPTV avec la fonction de Green (1.3) donnée par :

$$h_k(n) = \delta(k - f(n)) \quad (1.13)$$

Le PCC admet aussi une structure équivalente à base de filtres modulateurs (1.10). Dans ce cas, la fonction de transfert du filtre modulateur  $T_p(z)$  (1.11) a l'expression :

$$T_p(z) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} W_N^{p(l-f(l))} z^{-f(l)} \quad (1.14)$$

Une autre définition pour un PCC peut être obtenue en utilisant une application  $F : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  telle qu'il existe  $N \in \mathbb{N}^*$  tel que  $F(n + N) = N + F(n) \forall n \in \mathbb{Z}$ . La relation entrée-sortie du PCC s'écrit

$$v(n) = u(F(n)) \quad (1.15)$$

Le PCC défini par (1.15) est inversible si et seulement si l'application  $F(n)$  est bijective sur  $\mathbb{Z}$  [4, p. 66].

Le dispositif caractérisé par la relation entrée-sortie (1.15) est appelé aussi entrelaceur périodique [5]. Les deux définitions, (1.12) et (1.15), sont équivalentes lorsqu'on pose  $F(n) = n - f(n)$ . Dans la suite, nous allons utiliser alternativement les deux dénominations : changement d'horloge et entrelaceur périodique.

Les entrelaceurs périodiques ont déjà été largement étudiés [5, 6, 7]. Jusqu'à présent, la théorie des filtres LPTV n'a pas été employée pour la modélisation des entrelaceurs périodiques. Ainsi, les filtres LPTV et le cas particulier des PCCs, permettent une approche originale pour l'étude des entrelaceurs périodiques.

### Entrelaceur convolutif

Une manière générale de représenter un entrelaceur périodique défini par l'application  $F(n)$  est [5]

$$F(n) = \pi(\underline{n}_N) + n - \underline{n}_N + \alpha(\underline{n}_N)N \quad (1.16)$$

où  $n \in \mathbb{Z}$ ,  $\pi : \{0, 1, \dots, N-1\} \rightarrow \{0, 1, \dots, N-1\}$  est une permutation élémentaire de longueur  $N$  et  $\alpha : \{0, 1, \dots, N-1\} \rightarrow \mathbb{Z}$  est un vecteur de déplacement.

L'entrelaceur périodique défini par (1.16) est appelé entrelaceur convolutif [5] (Fig. 1.5). Le signal d'entrée  $u(n)$  est permuté par la permutation élémentaire  $\pi(n)$ . Le signal permuté,  $u(\pi(n))$ , est ensuite retardé de  $\alpha(n)$  échantillons. Dans l'expression (1.16), le terme  $n - \underline{n}_N$  est un multiple de  $N$  et permet d'appliquer la permutation  $\pi(n)$  sur des trames successives d'échantillons de longueur  $N$ .

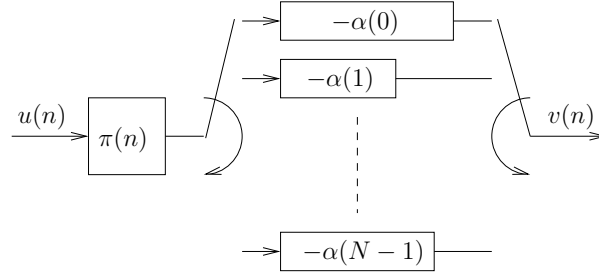


FIG. 1.5: L'entrelaceur convolutif

## Entrelaceur bloc

En observant la relation (1.16), ainsi que la figure 1.5, on peut définir un cas particulier d'entrelaceur périodique, souvent utilisé dans les communications numériques : l'entrelaceur bloc. Celui-ci est obtenu à partir de (1.16) en prenant  $\alpha(n) = 0 \forall n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ . Donc, la relation entrée-sortie d'un entrelaceur bloc s'écrit (1.15)

$$v(n) = u(\pi(\underline{n}_N) + n - \underline{n}_N) \quad (1.17)$$

L'entrelaceur bloc est caractérisé uniquement par la permutation  $\pi(n)$  appliquée sur des trames successives d'échantillons de longueur  $N$ ,  $N$  étant la période de l'entrelaceur bloc.

L'entrelaceur bloc inverse existe si et seulement si la permutation  $\pi(n)$  est bijective. L'entrelaceur inverse est caractérisé par la relation entrée-sortie :

$$v(n) = u(\pi^{-1}(\underline{n}_N) + n - \underline{n}_N) \quad (1.18)$$

où  $\pi^{-1}(n)$  est la permutation inverse de  $\pi(n)$ .

Par la suite, nous utiliserons ces entrelaceurs bloc pour concevoir des systèmes d'accès multiple.

## Entrelaceur aléatoire

La permutation aléatoire [8] réalise la permutation des échantillons d'un signal sur des trames successives de longueur  $N$  sans aucune contrainte. L'entrelaceur aléatoire est souvent utilisé en tant qu'entrelaceur de référence dans les communications numériques [8, 9].

## Entrelaceur d'étalement

L'entrelaceur d'étalement est un autre exemple d'entrelaceur bloc aléatoire [10]. La permutation  $\pi(n)$  est générée d'une manière aléatoire, mais avec la contrainte suivante :

$$|\pi(n) - \pi(k)| > S \quad (1.19)$$

$\forall n, k \in \mathbb{Z}, 0 < n - k \leq S, S \in \mathbb{N}^*$ . Ainsi, deux échantillons du signal initial qui se trouvent à un écart inférieur à  $S$  seront permutés tels que l'écart entre les échantillons permutés est supérieur à  $S$ .



## Entrelaceur matriciel

L'entrelaceur matriciel est, quand à lui, défini par une matrice rectangulaire avec  $P$  lignes et  $Q$  colonnes (Fig. 1.6a). La période de l'entrelaceur est  $N = PQ$ . L'écriture des échantillons se fait successivement sur les lignes et la lecture successivement sur les colonnes. La permutation qui définit l'entrelaceur matriciel peut s'écrire sous la forme [5] :

$$\pi(n) = Q\underline{n}_P + \frac{n - \underline{n}_P}{P} \quad (1.20)$$

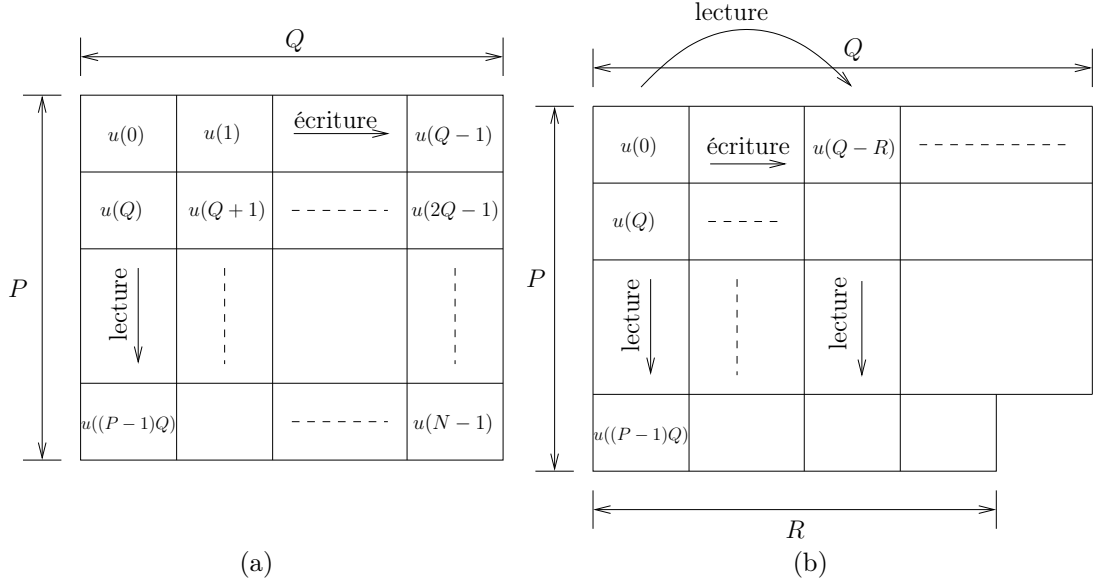


FIG. 1.6: L'entrelaceur (a)matriciel ; (b)circulaire

L'entrelaceur matriciel inverse est défini par une matrice avec  $Q$  lignes et  $P$  colonnes où l'écriture des échantillons se fait ligne par ligne et la lecture colonne par colonne. La permutation qui caractérise l'entrelaceur matriciel inverse est :

$$\pi^{-1}(n) = P\underline{n}_Q + \frac{n - \underline{n}_Q}{Q} \quad (1.21)$$

## Entrelaceur circulaire

L'entrelaceur circulaire est un autre exemple d'entrelaceur bloc défini par la permutation [7] :

$$\pi(n) = \underline{Qn}_N \quad (1.22)$$

où  $N$  est la période de l'entrelaceur circulaire,  $Q \in \mathbb{N}^*$  est un nombre entier fixé tel que  $\gcd(N, Q) = 1$ . La dernière condition assure que la permutation (1.22) est bijective [11, p. 51] et donc que l'entrelaceur circulaire inverse existe. La permutation inverse est :

$$\pi^{-1}(n) = \frac{1}{Q} \underline{n}_N \quad (1.23)$$

où  $\frac{1}{Q} \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  est une notation et représente l'inverse modulo  $N$  de l'entier  $Q$ , c'est à dire la solution de l'équation  $\underline{Qx}_N = 1$ .

Parallèlement avec la représentation d'un entrelaceur matriciel avec une structure matricielle, on peut représenter l'entrelaceur circulaire sous la forme d'une autre structure matricielle (Fig. 1.6b). La structure de la matrice est caractérisée par le nombre de lignes  $P$ , le nombre de colonnes  $Q$  et le nombre d'éléments de la dernière ligne  $R$ . Les trois paramètres sont reliés par la relation  $N = (P - 1)Q + R$ ,  $0 < R < Q$ . L'écriture des échantillons se fait dans la matrice successivement sur les lignes de la même manière que dans le cas de l'entrelaceur matriciel. La différence est donnée par la manière dont les colonnes sont lues. Ici, après la lecture d'une colonne, la lecture de la prochaine colonne se fait après un saut donné par la permutation (1.22).

Le nombre de variantes possibles des entrelaceurs bloc est très grand et dépend de l'application. Notre but a été de présenter quelques exemples qui seront utilisés dans nos développements ultérieurs.

Dans ce sous-chapitre, nous avons présenté un cas particulier important des filtres LPTV : les changements d'horloge périodiques. Nous avons aussi montré l'équivalence entre un changement d'horloge périodique à temps discret et un entrelaceur périodique. Nous avons ensuite présenté un cas particulier d'entrelaceur périodique : l'entrelaceur bloc.

Dans la suite, l'effet des filtres LPTV sur les signaux d'entrée sera discuté, dans le cas où les signaux d'entrée sont des réalisations de processus stationnaires au sens large.

### 1.3 Effet des filtres LPTV sur les processus stationnaires

Soit  $u(n)$  une réalisation d'un processus aléatoire à temps discret,  $U(n)$ , supposé stationnaire au sens large. Le processus stationnaire  $U(n)$  est caractérisé par sa moyenne statistique :

$$m_U = E[U(n)] \quad (1.24)$$

et par sa fonction d'autocorrélation :

$$r_U(n - k) = E[U(n)U^*(k)] \quad (1.25)$$

On considère  $u(n)$  le signal d'entrée d'un filtre LPTV de période  $N$ .

Alors, le signal de sortie du filtre LPTV,  $v(n)$ , est la réalisation d'un processus cyclostationnaire au sens large,  $V(n)$  [3, p. 297]. Le processus cyclostationnaire,  $V(n)$  est caractérisé par sa moyenne statistique :

$$m_V(n) = E[V(n)] \quad (1.26)$$

$$= m_V(n + N) \quad (1.27)$$

et par sa fonction d'autocorrélation :

$$r_V(n, k) = E[V(n)V^*(k)] \quad (1.28)$$

$$= r_V(n + N, k + N) \quad (1.29)$$

De plus, le signal de sortie du filtre LPTV,  $v(n)$ , est caractérisé dans le domaine fréquentiel par un bispectre  $S_V(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y})$  représenté par un ensemble de lignes spectrales

parallèles [2] :

$$S_V(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y}) = \sum_{i=0}^{N-1} P_V^i(e^{j\omega_x}) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega_x - \omega_y + \frac{2\pi i}{N} + 2\pi m) \quad (1.30)$$

avec

$$P_V^i(e^{j\omega}) = \sum_{r=0}^{N-1} F_{r+i} \left( e^{j(\omega + \frac{2\pi i}{N})} \right) F_r^*(e^{j\omega}) S_U \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \quad (1.31)$$

où  $F_r(e^{j\omega})$  est la fonction de transfert qui caractérise la  $r$ -ième ligne spectrale de la réponse bifréquentielle du filtre LPTV (1.9) et  $S_U(e^{j\omega})$  est la densité spectrale de puissance du signal d'entrée du filtre LPTV.

Pour nos développements, il est plus intéressant de déterminer la densité spectrale de puissance de la version stationnarisée du processus cyclostationnaire, obtenue à la sortie du filtre LPTV. D'ailleurs, en pratique, on peut mesurer plus facilement, à la sortie du filtre LPTV, la densité spectrale de puissance du signal stationnarisé.

Ainsi, le processus cyclostationnaire  $V(n)$ , dont la réalisation est obtenue à la sortie du filtre LPTV, peut être stationnarisé en utilisant une variable aléatoire discrète  $A$ , uniformément répartie sur l'ensemble  $\{0, 1, \dots, N-1\}$  et indépendante de  $V(n)$  [3, p. 294] :

$$V^{\text{sta}}(n) = V(n + A) \quad (1.32)$$

La version stationnarisée  $V^{\text{sta}}(n)$  de  $V(n)$  aura comme densité spectrale de puissance la première diagonale  $\omega_y = \omega_x$  du bispectre  $S_V(e^{j\omega_x}, e^{j\omega_y})$  (1.30) [2] :

$$S_V^{\text{sta}}(e^{j\omega}) = \sum_{r=0}^{N-1} |F_r(e^{j\omega})|^2 S_U \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \quad (1.33)$$

Si le filtre LPTV est représenté par la structure équivalente à base de filtres modulateurs (Fig. 1.4), alors on montre que la densité spectrale de puissance (1.33) peut être réécrite sous la forme :

$$S_V^{\text{sta}}(e^{j\omega}) = \sum_{r=0}^{N-1} |T_r(e^{j\omega})|^2 S_U \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \quad (1.34)$$

où  $T_r(e^{j\omega})$  est la fonction de transfert du  $r$ -ième filtre modulateur.

A partir de la relation (1.34), on peut s'apercevoir que le filtre LPTV a un effet d'étalement, si la période du filtre,  $N$ , est suffisamment grande. La densité spectrale de puissance du signal d'entrée  $S_U(e^{j\omega})$  est décalée dans le domaine fréquentiel sur  $N$  porteuses différentes. Si les coefficients de pondération de chaque version décalée,  $|T_r(e^{j\omega})|^2$ , ont des amplitudes presque égales, alors, à la sortie du filtre LPTV, le signal a une densité spectrale de puissance,  $S_V^{\text{sta}}(e^{j\omega})$  (1.34), constante. Des expressions analytiques simplifiées pour la densité spectrale de puissance  $S_V^{\text{sta}}(e^{j\omega})$  peuvent être obtenues si le filtre LPTV est spécifié.

Considérons le cas particulier d'un filtre LPTV représenté par un entrelaceur aléatoire de période  $N$  (voir section 1.2). Dans ce cas, on peut montrer que [12] :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{+\pi} e^{jq\omega} S_V^{\text{sta}}(e^{j\omega}) d\omega = \begin{cases} r_U(0) & q = 0, \\ 0 & q \neq 0 \end{cases} \quad (1.35)$$

où  $r_U(k)$  est la fonction d'autocorrélation du processus stationnaire d'entrée. L'équation (1.35) montre la convergence de la densité spectrale de puissance du signal entrelacé par un entrelaceur aléatoire vers une constante. On peut montrer que cette convergence est valable dans toute la bande de fréquences, sauf à  $\omega = 0$  [12].

Ainsi, le spectre du signal entrelacé,  $S_V^{\text{sta}}(e^{j\omega})$ , est égal dans  $\omega = 0$  avec le spectre du signal à l'entrée de l'entrelaceur  $S_U(e^{j\omega})$  :

$$S_V^{\text{sta}}(e^{j0}) = S_U(e^{j0}) \quad (1.36)$$

Ce résultat peut être démontré à partir de (1.34) et sachant l'expression de la fonction de transfert des filtres modulateurs (1.14) dans le cas d'un entrelaceur bloc :

$$T_r(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} W_N^{r\pi(l)} e^{j\omega(\pi(l)-l)} \quad (1.37)$$

Pour  $\omega = 0$ , on montre que la fonction de transfert des filtres modulateurs (1.37) s'écrit sous la forme :

$$T_r(e^{j0}) = \begin{cases} 1 & r = 0, \\ 0 & r \neq 0 \end{cases} \quad (1.38)$$

D'où, avec (1.34) on obtient (1.36). Pour un exemple de densité spectrale de puissance d'un signal entrelacé par un entrelaceur aléatoire, voir figure 7.3.

Des résultats semblables peuvent être obtenus si le filtre LPTV est représenté par un entrelaceur matriciel [13]. Un exemple de densité spectrale de puissance d'un signal entrelacé par un entrelaceur matriciel est représenté dans la figure 4.2.

Nous avons donc présenté ici l'effet des filtres LPTV sur les processus stationnaires. Le signal obtenu à la sortie du filtre LPTV est une réalisation d'un processus cyclostationnaire de même période que le filtre LPTV. Une expression pour la densité spectrale de puissance de la version stationnarisée du signal à la sortie du filtre LPTV a été déduite. Basé sur ce résultat nous avons montré la capacité d'étalement des filtres LPTV.

## 1.4 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons défini les filtres LPTV caractérisés par leur fonction de Green et modélisables sous la forme d'une structure à base de filtres modulateurs montés en parallèle suivis de filtres LTI. Cette modélisation a été utilisée pour déterminer la densité spectrale de puissance d'un signal à la sortie du filtre LPTV.

Une sous classe des filtres LPTV, les PCCs, a ensuite été définie. Nous avons montré que les entrelaceurs périodiques font partie de la classe des PCCs. Plusieurs types d'entrelaceurs ont été présentés. Les entrelaceurs bloc seront utilisés dans les deuxième et troisième parties de la thèse pour la conception des systèmes d'accès multiple.

Enfin, l'effet des filtres LPTV sur les signaux d'entrée a été présenté. Nous avons tout d'abord montré que, si le signal d'entrée est la réalisation d'un processus stationnaire, alors le signal de sortie est la réalisation d'un processus cyclostationnaire. De plus, si la période du filtre LPTV est suffisamment grande, alors un signal à spectre étalé est obtenu à la sortie.

# Chapitre 2

## Canaux de propagation

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser aux canaux de propagation utilisés dans les communications radio mobiles. Nous allons décrire un modèle général à temps discret du canal de propagation et nous étudierons l'effet de la dispersion temporelle et de la vitesse de variation du canal. Quelques modèles statistiques utilisés pour modéliser la réponse impulsionnelle du canal de propagation seront aussi présentés.

### 2.1 Modèle général à temps discret

Pour déterminer le modèle général à temps discret du canal de propagation, nous considérons un système de communication mono-utilisateur en bande de base (Fig. 2.1a).

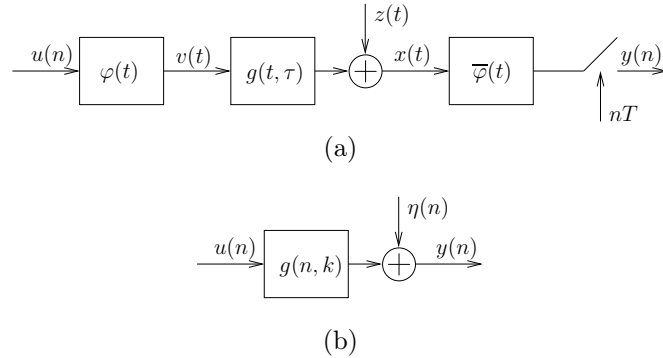


FIG. 2.1: (a)Système de communication mono-utilisateur en bande de base (b)Système de communication équivalent

Les symboles émis,  $u(n) \in \mathbb{C}$ , sont filtrés par un filtre d'émission de réponse impulsionnelle  $\varphi(t)$ . A la sortie du filtre d'émission, chaque symbole a une durée  $T$ . Le signal émis,  $v(t)$ , est envoyé dans un canal de propagation modélisé par un filtre LTV à temps continu.

Le canal de propagation est caractérisé par la fonction de Green  $g(t, \tau)$  (1.1). Dans la réponse impulsionnelle du canal de propagation,  $g(t, \tau)$ , on inclut la variation temporelle du canal représentée par les variations en  $t$  et la dispersion temporelle du canal représentée par les variations en  $\tau$ . La variation temporelle du canal est liée aux mouvements dans le canal des mobiles, émetteurs et/ou récepteurs, et des obstacles présents

dans le canal. La dispersion temporelle du canal est liée aux réflexions des ondes électromagnétiques par les obstacles présents dans le canal.

A la traversée du canal, le signal est affecté par un bruit additif,  $z(t)$ , supposé gaussien, centré et blanc.

Le signal reçu,  $x(t)$ , est filtré par un filtre de réception de réponse impulsionnelle  $\bar{\varphi}(t)$ , adapté au filtre d'émission  $\varphi(n)$  (Matched Filter (MF)). En sortie du filtre de réception, le signal reçu est échantillonné avec une période d'échantillonnage  $T$ . On peut montrer que le signal reçu échantillonné,  $y(n)$ , s'écrit en fonction des symboles émis,  $u(n)$ , sous la forme :

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n, k)u(k) + \eta(n) \quad (2.1)$$

où  $g(n, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\tau)p_k(nT - \tau)d\tau$ ,  $p_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau)\varphi(\tau - kT)d\tau$  et  $\eta(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\tau)z(nT - \tau)d\tau$ . Pour la démonstration de la relation (2.1), voir annexe B.

L'équation (2.1) représente le système équivalent à temps discret du système de communication mono-utilisateur (Fig. 2.1b).

Le canal équivalent de propagation, représenté par le système de fonction de transfert  $g(n, k)$ , est un autre filtre LTV à temps discret. Dans la réponse impulsionnelle du canal à temps discret, on a inclus l'effet du filtre d'émission, du canal réel de propagation et du filtre de réception.

En utilisant la définition d'un filtre LTV à temps discret sous la forme (1.2), on peut réécrire (2.1)

$$y(n) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h_l(n)u(n - l) + \eta(n) \quad (2.2)$$

La relation (2.2) peut être simplifiée avec l'hypothèse que le canal à temps discret est un filtre à réponse impulsionnelle finie (FIR) causal d'ordre  $L$  :

$$y(n) = \sum_{l=0}^L h_l(n)u(n - l) + \eta(n) \quad (2.3)$$

Cette hypothèse est souvent employée pour modéliser un canal de propagation à temps discret avec  $L + 1$  trajets de propagation. Les coefficients  $h_l(n) \in \mathbb{C}$  représentent les gains complexes de chaque trajet et sont considérés comme étant des réalisations de processus stationnaires non corrélés [14].

Dans ce sous-chapitre nous avons déduit un modèle général à temps discret du canal de propagation représenté en tant que filtre LTV. Ce modèle a été simplifié avec l'hypothèse que le filtre LTV est un filtre FIR, causal, avec des coefficients variant dans le temps. Par la suite, nous allons présenter les principales caractéristiques des canaux de propagation, liées à la dispersion temporelle, d'une part, et à la vitesse de variation du canal, d'autre part.

## 2.2 Effet de la dispersion temporelle et de la vitesse de variation du canal

Notre point de départ pour caractériser la dispersion temporelle et la vitesse de variation du canal est la réponse impulsionnelle du canal à temps continu,  $g(t, \tau)$ , sup-

posée la réalisation d'un processus stationnaire avec la variable  $t$ . De plus, nous faisons l'hypothèse que les multitrajets (correspondant aux réflexions multiples du signal émis dans le canal) sont non corrélés. On peut donc caractériser la réponse impulsionnelle du canal avec la fonction d'autocorrélation [15, p. 804] :

$$r_H(\Delta t, \tau_1, \tau_2) = E[g(t, \tau_1)g^*(t + \Delta t, \tau_2)]\delta(\tau_1 - \tau_2) \quad (2.4)$$

A partir de cette fonction, plusieurs fonctions peuvent être dérivées qui permettent de caractériser le canal de propagation.

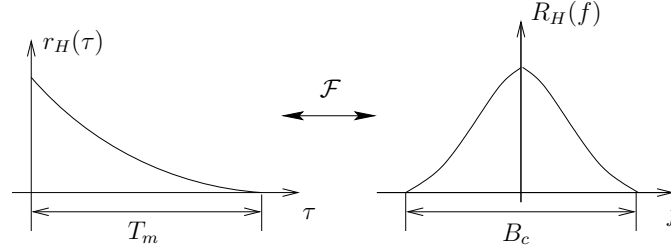


FIG. 2.2: La fonction "multipath intensity profile" dans un milieu urbain,  $r_H(\tau)$ , et la fonction de corrélation "spaced-frequency",  $R_H(f)$

## Caractérisation de la dispersion temporelle

Pour décrire la dispersion temporelle du canal on utilise la fonction dite "multipath intensity profile",  $r_H(\tau) = r_H(0, \tau, \tau)$ , (2.4) [15, p. 804], qui représente la puissance moyenne en sortie du canal en fonction du retard  $\tau$  (Fig. 2.2). L'intervalle temporel sur lequel la fonction "multipath intensity profile" est non-nulle est appelé "maximum excess delay" (encore appelé "delay spread"),  $T_m$ , et représente le retard maximal avec lequel le signal émis peut arriver à la réception. A partir de  $T_m$  on peut déterminer l'ordre du canal à temps discret représenté en tant que filtre FIR (2.3) :  $L = \lceil \frac{T_m}{T} \rceil$ , où  $T$  est la période d'échantillonnage.

La dispersion temporelle du canal est caractérisée dans le domaine fréquentiel par la fonction de corrélation "spaced-frequency",  $R_H(f)$ , qui est la transformée de Fourier de la fonction "multipath intensity profile" (Fig. 2.2). L'intervalle sur lequel la fonction de corrélation "spaced-frequency" est non-nulle est appelé bande de cohérence  $B_c$  et représente l'écart minimal entre deux composantes spectrales différentes du signal émis qui sont affectées différemment par le canal. Entre le "maximum excess delay",  $T_m$ , et la bande de cohérence,  $B_c$ , on a la relation :  $B_c \approx \frac{1}{T_m}$ .

En fonction de l'effet de la dispersion temporelle du canal, le canal peut être *sélectif en fréquence* (frequency selective) si  $B \gg B_c$  ou *non sélectif en fréquence* (flat fading) si  $B \ll B_c$ , où  $B$  désigne la bande du signal émis dans le canal de propagation.

## Caractérisation de la vitesse de variation

De la même manière, la vitesse de variation du canal peut être décrite à l'aide de la fonction de corrélation "spaced-time",  $R_H(\Delta t)$  [15, p. 805] (Fig. 2.3) et de sa transformée de Fourier,  $S(\lambda)$ , appelée spectre Doppler (Fig. 2.3). L'intervalle sur lequel la fonction de corrélation "spaced-time" est non-nulle est appelé temps de cohérence  $T_c$  et est d'autant plus petit que les variations du canal sont plus rapides. La bande

fréquentielle sur laquelle le spectre Doppler est non-nul est appelée étalement spectral (Doppler spread)  $B_d$ . Physiquement, l'effet de la vitesse de variation du canal dans le domaine fréquentiel se traduit par un élargissement du spectre du signal émis. Entre le temps de cohérence,  $T_c$ , et l'élargissement spectral,  $B_d$ , on a la relation :  $T_c \approx \frac{1}{B_d}$ .

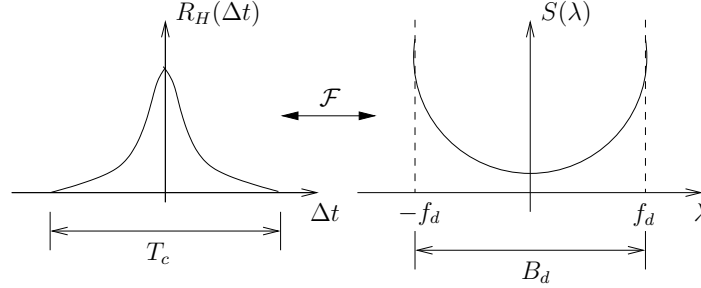


FIG. 2.3: La fonction de corrélation "spaced-time",  $R_H(\Delta t)$ , et le spectre Doppler pour les canaux radio mobiles,  $S(\lambda)$

En fonction de l'effet de la variation temporelle du canal, le canal peut être caractérisé comme *slow fading* si  $T \ll T_c$  ou *fast fading* si  $T \gg T_c$ , où  $T$  désigne la durée d'un symbole émis dans le canal de propagation.

Dans ce sous-chapitre, l'effet de la dispersion temporelle et de la vitesse de variation du canal a été ainsi caractérisé en utilisant la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle du canal. Plusieurs paramètres permettant de caractériser le canal de propagation ont été aussi présentés. Par la suite, la réponse impulsionnelle du canal sera caractérisée en utilisant plusieurs modèles statistiques.

## 2.3 Modèles statistiques de canaux

On considère dans cette section la réponse impulsionnelle du canal à temps continu  $g(t, \tau) \in \mathbb{C}$ , pour  $t$  et  $\tau$  fixés, comme la réalisation d'une variable aléatoire continue. Pour caractériser cette variable aléatoire, plusieurs modèles statistiques sont utilisés en fonction des conditions de propagation.

Si, dans le milieu de propagation, il y a un grand nombre de réflexions uniformément réparties avec des atténuations et phases aléatoires sur chaque trajet, alors l'enveloppe de la réponse impulsionnelle du canal  $R = |g(t, \tau)|$  suit une loi de Rayleigh [15, p. 44] :

$$p_R(r) = \begin{cases} \frac{2r}{\Omega} e^{-\frac{r^2}{\Omega}}, & \text{si } r \geq 0; \\ 0, & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (2.5)$$

où  $\Omega = E[R^2]$ . La phase de la réponse impulsionnelle du canal  $\arg\{g(t, \tau)\}$  est uniformément répartie entre 0 et  $2\pi$ . Une loi plus générale que la loi de Rayleigh est la loi Nakagami- $m$  [15, p. 47].

De plus, si dans le milieu de propagation, il existe un trajet direct entre l'émetteur et le récepteur, alors l'enveloppe de la réponse impulsionnelle du canal,  $R$ , suit une loi de Rice :

$$p_R(r) = \kappa(q) r^{q-1} e^{-\frac{r^2}{2}} \quad (2.6)$$



où  $\kappa(q) = \frac{1}{2^{\frac{q}{2}}\Gamma(\frac{q}{2})}$  et  $\Gamma(p) = \int_0^{+\infty} t^{p-1}e^{-t}dt$ ,  $p > 0$ , est la fonction Gamma.

D'autres modèles statistiques plus complexes, adaptés pour des conditions spécifiques de propagation, existent [16]. Pour les canaux équivalents à temps discret, (2.3) ou (2.2), l'atténuation de chaque trajet,  $c_n(l)$ , suit une des lois statistiques présentées ci-dessus [14].

Pour modéliser l'enveloppe de la réponse impulsionnelle du canal de propagation, les densités de probabilité de Rayleigh et Rice sont donc le plus souvent utilisées. Les canaux de propagation à temps discret peuvent être aussi modélisés en utilisant les mêmes densités de probabilité pour l'atténuation de chaque trajet.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit le modèle à temps discret du canal de propagation à partir d'une chaîne de transmission à temps continu. Le modèle à temps discret du canal de propagation a été simplifié en utilisant l'hypothèse que le canal est un filtre FIR d'ordre  $L$ . Cette représentation du canal de propagation à temps discret en tant que filtre FIR sera utilisée dans tous nos développements ultérieurs.

On a aussi caractérisé l'effet de la dispersion temporelle et de la vitesse de variation du canal de propagation. En fonction de la bande de cohérence,  $B_c$ , et du temps de cohérence,  $T_c$ , plusieurs types des canaux peuvent être distingués.

Les modèles statistiques de canaux de propagation, représentés par les distribution de Rayleigh et Rice, ont été aussi présentés. Pour les canaux à temps discret représentés en tant que filtres FIR, les gains complexes de chaque trajet peuvent être modélisés par des variables aléatoires qui suivent une loi de Rayleigh ou de Rice.



# Chapitre 3

## Techniques d'accès multiple

Pour évaluer les performances des systèmes d'accès multiple proposés dans cette thèse, des comparaisons avec d'autres systèmes d'accès multiple ont été menées. Le but de ce chapitre est de présenter brièvement les techniques d'accès multiple qui feront l'objet de comparaisons avec les systèmes d'accès multiple proposés dans cette thèse.

Nous allons commencer par présenter la technique DS-CDMA et une variante de cette technique, CIBS-CDMA. La technique d'accès multiple MC-CDMA est finalement décrite.

### 3.1 Accès multiple avec étalement de spectre à séquence directe (DS-CDMA)

Dans le modèle du système DS-CDMA (Fig. 3.1a), les symboles de chaque utilisateur sont sur-échantillonnés pour obtenir le signal  $u_\mu(n) \in \mathbb{C}$  et ensuite filtrés par un filtre de mise en forme rectangulaire de réponse impulsionnelle  $\varphi(n)$ . Le signal filtré est multiplié par une séquence d'étalement  $c_\mu(n) \in \mathbb{C}$ . Un élément de la séquence d'étalement  $c_\mu(n)$  est appelé chip. Dans notre modèle, nous avons choisi la période d'échantillonnage égale à la durée d'un chip. Le rapport entre la durée d'un symbole,  $T_s$ , et la durée d'un chip,  $T_c$ , est appelé gain de traitement (ou facteur d'étalement)  $G_p = \frac{T_s}{T_c}$ .

Les séquences d'étalement utilisées peuvent être des séquences de Gold ou de Kasami [17]. La période de la séquence d'étalement est égale à la durée d'un symbole,  $T_s$ , et donc le gain de traitement,  $G_p$ , représente le nombre de chips dans une période de la séquence d'étalement. Dans d'autres systèmes DS-CDMA, on utilise une mise en cascade de deux séquences d'étalement : un code orthogonal (de type Walsh Hadamard) appelé "channelization code" et une séquence pseudo-aléatoire (par exemple de longueur maximale) appelé "scrambling code" [18]. La durée d'un symbole est égale à la période du "channelization code" et la période du "scrambling code" est beaucoup plus grande que la durée d'un symbole.

Pour le canal de propagation de chaque utilisateur, on utilise le modèle à temps discret sous la forme d'un filtre FIR (2.3). Le canal est supposé slow fading (atténuations de chaque trajet constantes) pour toute la durée de la transmission. Le signal

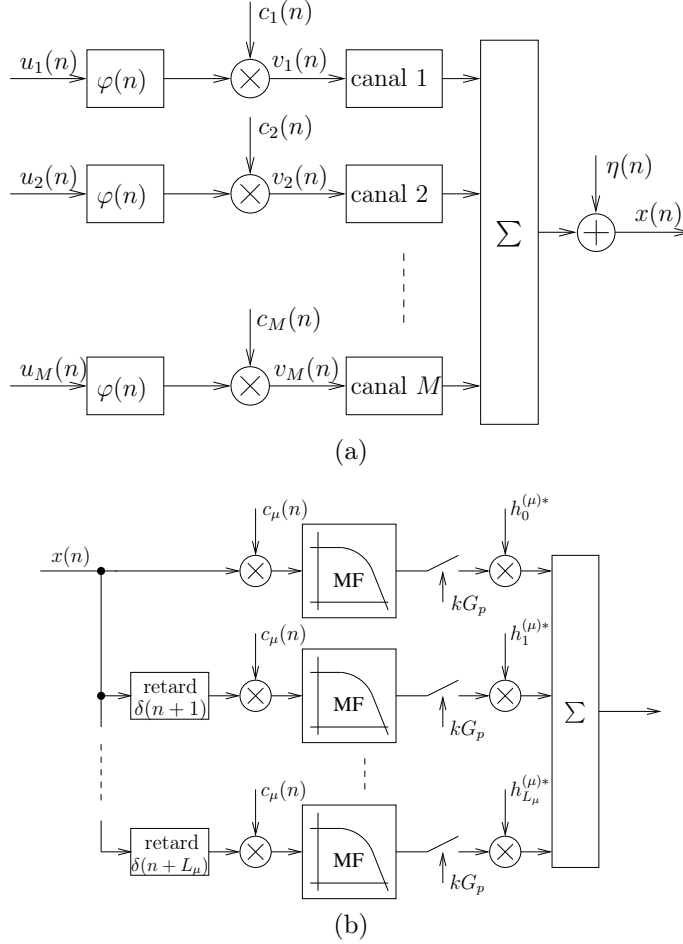


FIG. 3.1: (a)Le modèle en temps discret du système DS-SS(b)Le récepteur Rake

reçu  $x(n)$  s'écrit alors :

$$x(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{l=0}^{L_m} h_l^{(m)} v_m(n-l) + \eta(n) \quad (3.1)$$

où  $L_m$ , respectivement  $h_l^{(m)}$  est l'ordre, respectivement l'atténuation du canal du  $m$ -ième utilisateur,  $v_m(n)$  est le signal émis par chaque utilisateur,  $M$  est le nombre d'utilisateurs dans le système et  $\eta(n)$  est un bruit blanc gaussien centré.

Le récepteur conventionnel essaie de récupérer le signal émis par le  $\mu$ -ième utilisateur,  $v_\mu(n)$ , en considérant l'interférence des autres utilisateurs comme un bruit. On peut bénéficier de la dispersion temporelle introduite par le canal de propagation avec un récepteur Rake (Fig. 3.1b). Le récepteur Rake utilise  $L_\mu + 1$  branches. Dans chaque branche, le traitement d'une des  $L_\mu + 1$  versions retardées du signal émis est réalisé. Après le désétalement avec la séquence d'étalement synchronisée sur le  $l$ -ième trajet, on fait un filtrage adapté (MF), suivi d'un échantillonnage avec une durée égale à  $G_p$  durées chip. Les variables obtenues dans chaque branche sont combinées en faisant la multiplication avec le complexe conjugué de l'atténuation de chaque trajet,  $h_l^{(m)*}$ , et en sommant toutes les branches. Cette technique est appelée combinaison à gain maximal (Maximum Ratio Combining (MRC)) et permet de maximiser le rapport signal-bruit à la sortie du récepteur Rake. Pour diminuer la complexité du récepteur Rake, le nombre de branches peut être inférieur au nombre de trajets.

### 3.2 Accès multiple avec séquences orthogonales et entrelaceurs matriciels (CIBS-CDMA)

Les performances du récepteur conventionnel sont affectées par l'interférence multi-utilisateur. Un autre inconvénient du récepteur conventionnel est lié à l'effet du proche-éloigné, c'est-à-dire un utilisateur proche peut représenter un bruit fort pour l'utilisateur éloigné. Pour améliorer les performances du récepteur conventionnel, on fait du contrôle de puissance et on utilise un récepteur multi-utilisateurs [19, 20], où les signaux émis par tous les utilisateurs sont désétalés dans le but d'annuler l'interférence des autres utilisateurs.

Le système d'accès multiple DS-CDMA a été ainsi décrit. Les différents choix pour les séquences d'étalement ont été présentés. Dans les canaux à multitrajets, le récepteur Rake a été décrit. Pour améliorer les performances du récepteur Rake, on peut utiliser un récepteur multi-utilisateur avec le prix d'une complexité beaucoup plus élevée. Dans la suite, une variante du système DS-CDMA sera présentée : le système CIBS-CDMA.

### 3.2 Accès multiple avec séquences orthogonales et entrelaceurs matriciels (CIBS-CDMA)

Dans le système CIBS-CDMA [21] (Fig. 3.2a), les symboles sur-échantillonnés de chaque utilisateur,  $u_\mu(n) \in \mathbb{C}$ , sont filtrés par un filtre de mise en forme rectangulaire (de réponse impulsionnelle  $\varphi(n)$ ) et ensuite multipliés par une séquence orthogonale,  $c_\mu(n) \in \mathbb{C}$ , différente pour chaque utilisateur. La fréquence d'échantillonnage dans le système CIBS-CDMA est égale à la durée d'un chip,  $T_c$ .

La différence par rapport à un système DS-CDMA réside en la présence d'un dispositif d'ajout de zéros et d'un entrelaceur matriciel,  $\pi(n)$ , le même pour tous les utilisateurs (Fig. 3.2a). Le rôle du dispositif d'ajout de zéros et de l'entrelaceur matriciel est de préserver l'orthogonalité des séquences d'étalement à travers des canaux à multitrajets [21]. L'effet de la technique d'ajout de zéros sur la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels sera expliqué dans la suite.

Dans le système CIBS-CDMA, on fait l'hypothèse que les canaux de propagation à temps discret (2.3) ont le même ordre  $L$ . On parle dans ce cas d'un système CIBS-CDMA quasi-synchrone, dans lequel les retards relatifs entre les utilisateurs sont suffisamment petits pour être absorbés dans un ordre commun du canal  $L$ .

Le signal reçu,  $x^{(0)}(n)$ , s'écrit

$$x^{(0)}(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{l=0}^L h_l^{(m)} v_m^{(0)}(n - l - \underline{n} - l_N + \pi(\underline{n} - l_N)) + \eta(n) \quad (3.2)$$

où  $v_m^{(0)}(n)$  est le signal du  $m$ -ième utilisateur après l'ajout de zéros et l'indice supérieur  $^{(0)}$  signifie qu'on a un signal avec l'ajout de zéros. La permutation  $\pi(n)$  définit l'entrelaceur matriciel avec  $P + L$  lignes et  $Q$  colonnes (1.20) :

$$\pi(n) = Q\underline{n}_{P+L} + \frac{n - \underline{n}_{P+L}}{P + L} \quad (3.3)$$

et  $N = (P + L)Q$  est la période de l'entrelaceur matriciel.

Dans le récepteur du système CIBS-CDMA (Fig. 3.2b), on réalise tout d'abord le désentrelacement du signal reçu,  $x^{(0)}(n)$ . L'entrelaceur matriciel inverse a  $Q$  lignes et  $P + L$  colonnes et est caractérisé par la permutation  $\pi^{-1}(n)$  (1.21).

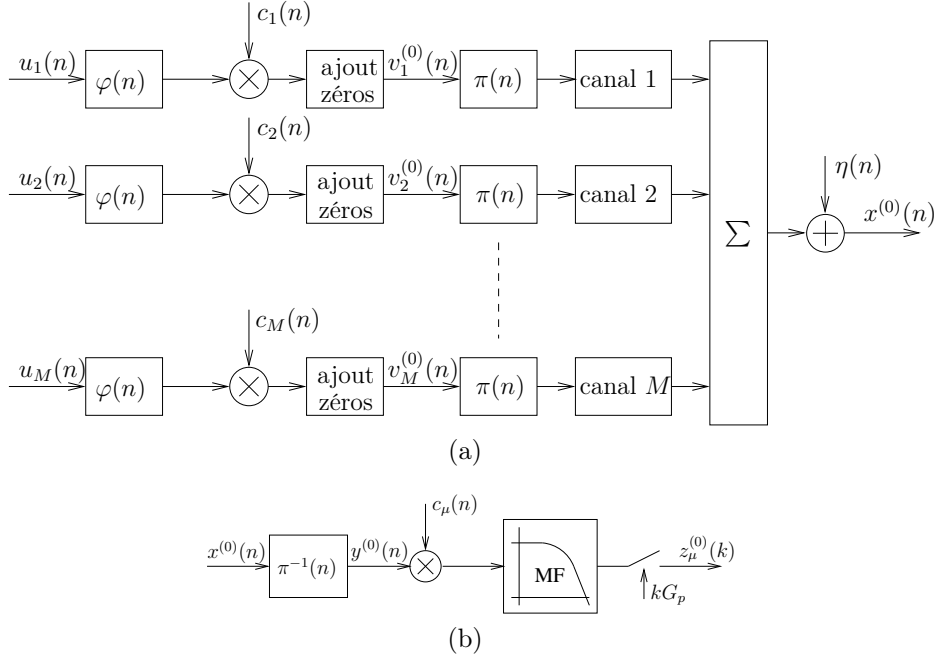


FIG. 3.2: (a)Le modèle à temps discret du système CIBS-CDMA(b)Le récepteur du système CIBS-CDMA

On peut montrer, si le nombre de zéros est suffisamment grand, que le signal obtenu à la sortie de l'entrelaceur matriciel inverse s'écrit [21]

$$y^{(0)}(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{l=0}^L h_l^{(m)} v_m^{(0)}(n - lQ) + \eta(n - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N)) \quad (3.4)$$

Donc, la présence du signal avec des zéros ajoutés périodiquement rend la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels dans un canal équivalent avec les trajets espacés de  $Q$  (3.4).

Si le nombre de colonnes de l'entrelaceur matriciel,  $Q$ , est choisi égal au nombre de chips dans une période de la séquence d'étalement  $Q = G_p$ , alors l'orthogonalité des séquences d'étalement est préservée à travers les canaux à multitrajets. Ce résultat est une conséquence du fait que le retard introduit par un trajet quelconque du canal équivalent correspond à un nombre entier de périodes de la séquence d'étalement. Ainsi, l'interférence interchip est transformée, après désétalement, en une interférence intersymbole.

Le nombre de zéros introduits périodiquement par le dispositif d'ajout de zéros doit être égal au produit entre l'ordre du canal,  $L$ , et le nombre de colonnes de l'entrelaceur matriciel,  $Q$ . Les zéros représentent une redondance supplémentaire de la transmission. On peut définir l'efficacité spectrale de la transmission sous la forme [21] :  $\eta = \frac{P}{P+L}$ , où  $P$  est le nombre de symboles envoyés dans une période de l'entrelaceur matriciel. Donc, pour avoir une faible perte en efficacité spectrale, le nombre de symboles,  $P$ , doit être choisi beaucoup plus grand que l'ordre du canal  $L$ .

Le signal obtenu après le désétalement avec  $c_\mu(n)$ , le filtrage adapté (MF) et l'échantillonnage,  $z_\mu^{(0)}(k)$ , s'écrit

$$z_\mu^{(0)}(k) = \sum_{l=0}^L h_l^{(\mu)} u_\mu^{(0)}(k - l) + \eta_\mu(k) \quad (3.5)$$

où  $\eta_\mu(k)$  est le bruit gaussien permuté, multiplié par la séquence d'étalement,  $c_\mu(n)$ , filtré et ensuite échantillonné.  $u_\mu^{(0)}(k)$  sont les symboles du  $\mu$ -ième utilisateur avec des zéros insérés périodiquement.

Donc, dans le système CIBS-CDMA, l'interférence multi-utilisateur est nulle et, pour récupérer les symboles émis par chaque utilisateur, il est nécessaire de réaliser uniquement l'égalisation du signal  $z_\mu^{(0)}(k)$ . Comme égaliseurs, on peut utiliser un égaliseur Minimum Mean Square Error (MMSE), DFE ou un MLSE [15, p. 604].

Le système d'accès multiple CIBS-CDMA vient d'être présenté. Dans ce système, il n'y a pas d'interférence multi-utilisateur dans des canaux à multitrajets. Le prix à payer pour avoir un système sans interférence multi-utilisateur est l'introduction d'une redondance dans le signal émis (l'ajout périodique de zéros) et la nécessité que les retards relatifs des utilisateurs soient suffisamment petits (quasi-synchronisme).

### 3.3 Accès multiple avec étalement de spectre à porteuses multiples (MC-CDMA)

Le modèle du système d'accès multiple avec étalement de spectre à porteuses multiples (MC-CDMA) (Fig. 3.3a) est présenté en utilisant une description matricielle [22]. Ce choix sera justifié dans la suite.

Sans perte de généralité, on fait l'hypothèse que les canaux de propagation des utilisateurs, représentés en tant que filtres FIR (2.3), ont le même ordre  $L$ . Il s'agit donc d'un système d'accès multiple quasi-synchrone. De plus, les canaux de propagation sont slow fading, c'est-à-dire que les atténuations de chaque trajet sont considérées constantes pour toute la durée de la transmission.

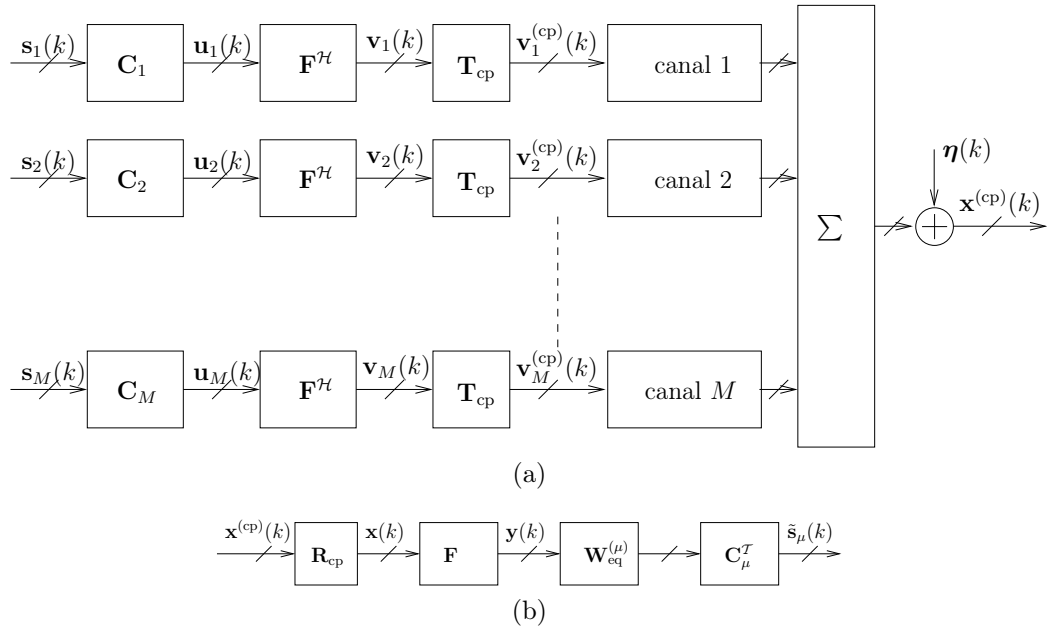


FIG. 3.3: (a) Le modèle en temps discret d'un système MC-CDMA (b) Le récepteur du système MC-CDMA

La technique d'accès multiple MC-CDMA [23] utilise l'étalement des symboles de chaque utilisateur avec une séquence orthogonale, différente pour chaque utilisateur.

Les chips sont ensuite modulés OFDM [24], chaque chip étant modulé sur une porteuse différente. Les porteuses sont communes à tous les utilisateurs. La génération des symboles MC-CDMA pour le  $\mu$ -ième utilisateur est représentée dans la figure 3.4.

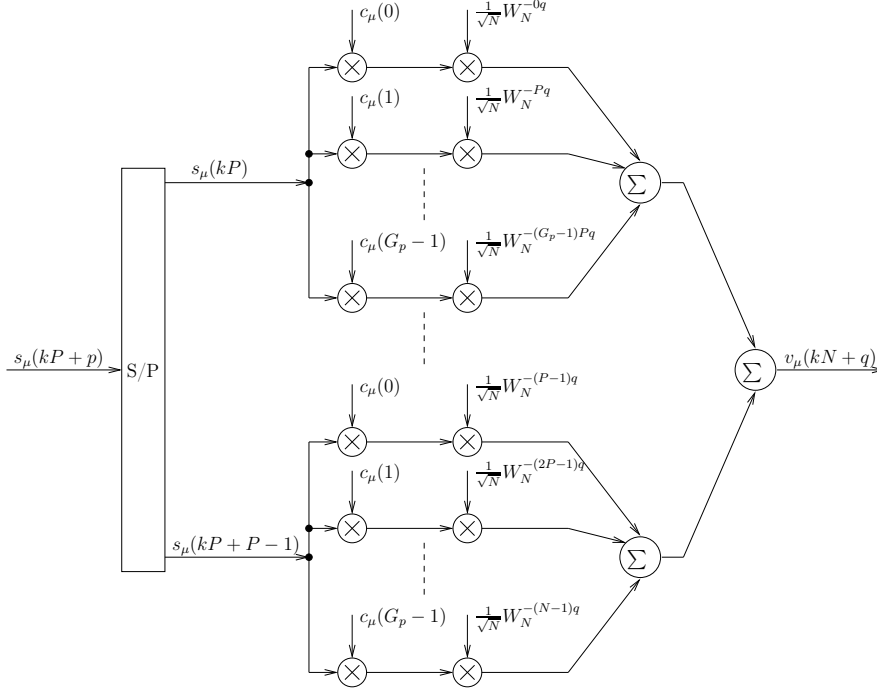


FIG. 3.4: Génération d'un symbole MC-CDMA

Les symboles d'entrée,  $s_\mu(kP + p)$ , sont divisés en  $P$  flux parallèles par un convertisseur série-parallèle, où  $k$  est l'index d'une trame de symboles de longueur  $P$  et  $p$  est l'index des symboles dans une trame. La conversion série-parallèle a pour but d'augmenter la durée d'un symbole et donc d'augmenter la résistance de la transmission aux canaux sélectifs en fréquence. Les symboles de chaque flux sont ensuite multipliés par les chips de la séquence d'étalement  $c_\mu(n)$ ,  $n \in \{0, 1, \dots, G_p - 1\}$  où  $G_p$  est le nombre total de chips. On dit que l'on a un "étalement dans le domaine fréquentiel", car l'opération d'étalement est réalisée avant la modulation OFDM, implémentée numériquement sous la forme d'une Inverse FFT (IFFT). Chaque chip est ensuite transporté sur une porteuse différente. Le nombre total de porteuses est  $N = G_p P$ . L'écart entre deux porteuses adjacentes est de  $\frac{1}{N}$  (les fréquences sont normalisées par rapport à la fréquence d'échantillonnage). Pour augmenter la résistance du signal MC-CDMA devant les atténuations trop fortes des porteuses adjacentes, deux chips adjacents,  $c_\mu(n - 1)$  et  $c_\mu(n)$ , qui multiplient le même symbole  $s_\mu(kP + p)$ , sont modulés par deux porteuses avec un écart de  $\frac{P}{N}$  (Fig. 3.5).

Dans la suite, pour décrire le système MC-CDMA, on groupe les symboles du  $\mu$ -ième utilisateur  $s_\mu(n)$  dans des vecteurs colonne de longueur  $P$ , où  $P$  est le nombre de flux parallèles :

$$\mathbf{s}_\mu(k) = [s_\mu(kP) \quad s_\mu(kP + 1) \quad \dots \quad s_\mu(kP + P - 1)]^T \quad (3.6)$$

Le vecteur  $\mathbf{s}_\mu(k)$  est multiplié tout d'abord par la matrice d'étalement,  $\mathbf{C}_\mu$ , spécifique pour chaque utilisateur et ensuite par la matrice IFFT,  $\mathbf{F}^H$ , commune pour tous



### 3.3 Accès multiple avec étalement de spectre à porteuses multiples (MC-CDMA)

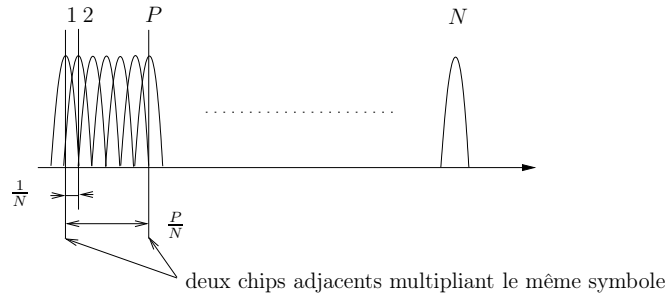


FIG. 3.5: Le spectre des porteuses utilisées dans la construction du signal MC-CDMA

les utilisateurs :

$$\mathbf{v}_\mu(k) = \mathbf{F}^H \mathbf{C}_\mu \mathbf{s}_\mu(k) \quad (3.7)$$

où  $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  est la matrice Fast Fourier Transform (FFT) avec l'élément sur la  $p$ -ième ligne et  $q$ -ième colonne de la forme  $\frac{1}{\sqrt{N}} W_N^{pq}$  et

$$\mathbf{C}_\mu = \begin{bmatrix} c_\mu(0) \mathbf{I}_P \\ c_\mu(1) \mathbf{I}_P \\ \vdots \\ c_\mu(G_p - 1) \mathbf{I}_P \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

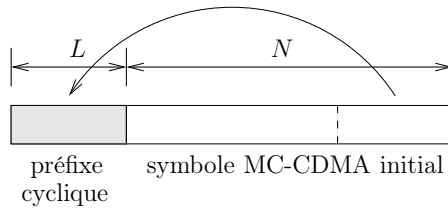


FIG. 3.6: Symbole MC-CDMA avec préfixe cyclique

Pour réduire l'effet du canal avec  $L + 1$  trajets, un préfixe cyclique est inséré au début de chaque trame d'échantillons de longueur  $N$ ,  $\mathbf{v}_\mu(k)$ . Le préfixe cyclique est constitué par les  $L$  derniers échantillons du vecteur  $\mathbf{v}_\mu(k)$  (Fig. 3.6). L'insertion du préfixe cyclique peut être réalisée avec la matrice :

$$\mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L \times (N-L)} & \mathbf{I}_L \\ & \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

D'où le signal émis dans le canal est

$$\mathbf{v}_\mu^{(cp)}(k) = \mathbf{T}_{cp} \mathbf{v}_\mu(k) \quad (3.10)$$

A la réception, le signal reçu s'écrit

$$\mathbf{x}^{(cp)}(k) = \sum_{m=1}^M \left( \mathbf{H}_0^{(m)} \mathbf{v}_m^{(cp)}(k) + \mathbf{H}_1^{(m)} \mathbf{v}_m^{(cp)}(k-1) \right) + \boldsymbol{\eta}(k) \quad (3.11)$$

où  $\mathbf{H}_0^{(m)}, \mathbf{H}_1^{(m)} \in \mathbb{C}^{(N+L) \times (N+L)}$  sont des matrices de Toeplitz [25, p. 193] qui décrivent le canal de propagation du  $m$ -ième utilisateur :

$$\mathbf{H}_0^{(m)} = \begin{bmatrix} h_0^{(m)} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ h_1^{(m)} & h_0^{(m)} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & h_L^{(m)} & \cdots & h_1^{(m)} & h_0^{(m)} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_1^{(m)} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & h_L^{(m)} & \cdots & h_2^{(m)} & h_1^{(m)} \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & h_3^{(m)} & h_2^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$M$  est le nombre d'utilisateurs et  $\boldsymbol{\eta}(k) \in \mathbb{C}^{(N+L) \times 1}$  est un vecteur avec les échantillons d'un bruit gaussien blanc centré de variance  $\sigma^2 = \frac{N_0}{2}$  sur chaque dimension.

Au niveau du récepteur (Fig. 3.3b), la première opération effectuée est le retrait du préfixe cyclique avec la matrice :

$$\mathbf{R}_{\text{cp}} = [\mathbf{0}_{N \times L} \quad \mathbf{I}_N] \quad (3.13)$$

Dans ces conditions, on peut montrer que le signal reçu, sans préfixe cyclique, s'écrit [22]

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{m=1}^M \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0^{(m)} \mathbf{T}_{\text{cp}} \mathbf{v}_m(k) + \mathbf{R}_{\text{cp}} \boldsymbol{\eta}(k) \quad (3.14)$$

Ainsi, l'interférence entre deux blocs d'échantillons adjacents,  $\mathbf{v}_m(k)$  et  $\mathbf{v}_m(k-1)$ , émis dans des canaux avec  $L+1$  trajets, est éliminée. L'élimination de l'interférence entre les blocs adjacents permet, au niveau du récepteur, un traitement bloc par bloc.

De plus, l'insertion du préfixe cyclique à l'émission et son retrait à la réception fait que la matrice  $\mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0^{(m)} \mathbf{T}_{\text{cp}}$  est une matrice circulaire [22]. Cette matrice circulaire est caractérisée par le fait que chaque ligne est une version décalée d'un seul élément de la ligne précédente. Entre une matrice circulaire et les matrices IFFT,  $\mathbf{F}^{\mathcal{H}}$ , et FFT,  $\mathbf{F}$  on a la relation [25, p. 202] :

$$\mathbf{D}_H^{(m)} = \mathbf{F} \mathbf{R}_{\text{cp}} \mathbf{H}_0^{(m)} \mathbf{T}_{\text{cp}} \mathbf{F}^{\mathcal{H}} \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{D}_H^{(m)}$  est une matrice diagonale de la forme :

$$\mathbf{D}_H^{(m)} = \begin{bmatrix} H_0^{(m)} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & H_1^{(m)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & H_{N-1}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

et  $H_p^{(m)}$ ,  $p \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  est la FFT de la réponse impulsionnelle du canal du  $m$ -ième utilisateur :

$$H_p^{(m)} = \sum_{l=0}^L h_l^{(m)} W_N^{pl} \quad (3.17)$$

Avec (3.15), le signal reçu, après la démodulation OFDM (représentée par la matrice FFT,  $\mathbf{F}$ ) s'écrit

$$\mathbf{y}(k) = \sum_{m=1}^M \mathbf{D}_H^{(m)} \mathbf{u}_m(k) + \mathbf{F} \mathbf{R}_{\text{cp}} \boldsymbol{\eta}(k) \quad (3.18)$$

Donc, les chips émis,  $\mathbf{u}_m(k)$ , sont affectés par un canal non sélectif en fréquence représenté par la matrice diagonale  $\mathbf{D}_H^{(m)}$ , chaque symbole émis  $u_m(kN+p)$  étant affecté par un coefficient complexe  $H_p^{(m)}$  (3.17).

Après la démodulation OFDM, le signal reçu est égalisé par une matrice d'égalisation diagonale  $\mathbf{W}_{\text{eq}}^{(\mu)}$  spécifique pour chaque utilisateur. Pour la matrice d'égalisation, plusieurs choix sont possibles en fonction du critère d'égalisation choisi.

La combinaison à gain maximal consiste à multiplier chaque porteuse par la valeur complexe conjuguée du coefficient du canal  $H_p^{(\mu)}$  (3.17). Donc la matrice d'égalisation s'écrit

$$\mathbf{W}_{\text{eq}}^{(\mu)} = \mathbf{D}_H^{(\mu)\mathcal{H}} \quad (3.19)$$

Avec cette technique d'égalisation, le Bit Error Rate (BER) est minimisé en l'absence d'interférences multi-utilisateur [26]. Cette technique d'égalisation est utilisée surtout dans le cas où les utilisateurs sont affectés par des canaux différents (liaison montante).

Dans le cas où les utilisateurs sont affectés par le même canal (liaison descendante), on peut restaurer l'orthogonalité des utilisateurs avant désétalement en utilisant une technique d'égalisation au niveau des porteuses. Lorsque la détermination de la matrice  $\mathbf{W}_{\text{eq}}$  est basée sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) [27], alors on obtient

$$\mathbf{W}_{\text{eq}}^{(\mu)} = \mathbf{D}_H^{(\mu)\mathcal{H}} \left( \mathbf{D}_H^{(\mu)} \mathbf{D}_H^{(\mu)\mathcal{H}} + \frac{N_0}{ME_s} \mathbf{I}_N \right)^{-1} \quad (3.20)$$

où  $E_s$  est l'énergie des symboles d'entrée,  $s_\mu(kP + p)$  du  $\mu$ -ième utilisateur. Cette technique d'égalisation n'est pas optimale, car l'égalisation est réalisée au niveau des porteuses et donc la corrélation entre les différentes porteuses, due aux séquences d'étalement, n'est pas prise en compte. Une meilleure approche, mais plus complexe, serait de réaliser la minimisation de l'erreur quadratique moyenne au niveau des symboles [27].

Après égalisation et désétalement, le signal reçu s'écrit (Fig. 3.3b)

$$\tilde{\mathbf{s}}_\mu(k) = \mathbf{C}_\mu^T \mathbf{W}_{\text{eq}}^{(\mu)} \mathbf{y}(k) \quad (3.21)$$

Dans un canal gaussien et avec une synchronisation parfaite entre l'émission et la réception, la technique d'accès multiple MC-CDMA n'a pas d'interférence multi-utilisateur. Lorsque le canal de propagation de chaque utilisateur a des multi-trajets, l'orthogonalité des séquences d'étalement est partiellement détruite et les performances sont affectées par l'interférence multi-utilisateur.

Le système d'accès multiple MC-CDMA a été donc présenté. L'effet du canal à multitrajets est atténué grâce à l'utilisation de symboles de durée grande et l'insertion d'un préfixe cyclique. Grâce à l'utilisation de la modulation OFDM, le canal équivalent à égaliser est représenté par une seule atténuation. Ainsi, seulement des techniques d'égalisation simples sont nécessaires à la réception.

## 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs techniques d'accès multiple ont été présentées. Nous avons ainsi présenté des systèmes d'accès multiple avec étalement de spectre à séquence directe (DS-CDMA et CIBS-CDMA) et un système d'accès multiple avec étalement de spectre à porteuses multiples (MC-CDMA). Ces systèmes d'accès multiple seront utilisés pour réaliser des comparaisons avec les techniques d'accès multiple proposées dans cette thèse.



## Deuxième partie

### Accès multiple avec filtres LPTV



## Chapitre 4

# Présentation du système d'accès multiple avec filtres LPTV

Dans les systèmes DS-CDMA, l'orthogonalité des utilisateurs est préservée dans les canaux à trajets multiples grâce aux séquences d'étalement (voir section 3.1). Les performances des systèmes DS-CDMA sont néanmoins limitées par les canaux sélectifs en fréquence et par l'interférence multi-utilisateurs. La diversité introduite par les canaux sélectifs en fréquence peut être collectée par un récepteur Rake, mais l'interférence interchip détruira partiellement l'orthogonalité des codes. Dans le but de supprimer l'interférence multi-utilisateurs, des détecteurs multi-utilisateurs ont été proposés [19]. Les récepteurs multi-utilisateurs ont une complexité élevée, et donc leur utilisation est plus appropriée pour une liaison montante, dans la station de base. Dans le but d'atténuer l'effet des canaux sélectifs en fréquence, une approche alternative est représentée par les transmissions à porteuse multiple et l'utilisation d'un préfixe cyclique. Cette approche est implémentée, par exemple, dans le système MC-CDMA (voir section 3.3). Le récepteur MC-CDMA peut combiner d'une manière efficace l'énergie du signal reçu, mais la complexité du récepteur est élevée, car la synchronisation des sous-porteuses est nécessaire [26].

Un système sans interférence multi-utilisateur est le système CIBS-CDMA [21] (voir section 3.2). Ce système est basé sur des séquences orthogonales et entrelaceurs matriciels. La propriété d'avoir une interférence multi-utilisateur nulle est obtenue à l'aide d'une technique d'ajout de zéros à l'émission et avec des utilisateurs quasi-synchrones. Ainsi, l'interférence interchip est remplacée par l'interférence intersymbole et des techniques classiques d'égalisation peuvent être utilisées. Un autre système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateur est le système basé sur des fréquences orthogonales et des entrelaceurs matriciels (Interleaved Frequency Division Multiple Access (IFDMA)) [28]. Un ensemble de fréquences est assigné à chaque utilisateur. Le signal modulé est ensuite étalé par un entrelaceur matriciel. Un préfixe cyclique est employé dans le but d'atténuer l'effet du canal à multitrajets et des techniques d'égalisation sont adaptées pour le canal équivalent.

Dans ce chapitre un autre système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateur sera proposé. Suivant le modèle de [28] nous proposons un système d'accès multiple où l'orthogonalité des utilisateurs est obtenue avec des fréquences porteuses différentes. Le signal modulé est ensuite étalé par un entrelaceur matriciel. Ainsi, un système d'accès multiple avec spectre étalé est obtenu. La nouveauté de notre approche réside dans l'utilisation de filtres LPTV dans la conception des systèmes d'accès multiple. Le

système proposé est donc appelé système d'accès multiple avec filtres LPTV (LPTV-based Multiple Access (LPTVMA)). Dans le système proposé, nous allons utiliser la technique d'ajout de zéros proposée par [21]. Ainsi, nous verrons que le signal reçu sera un signal mono-utilisateur avec interférence inter-symbole et qu'une simple égalisation sera nécessaire au niveau du récepteur.

## 4.1 Modèle à temps discret du système LPTVMA

Le système d'accès multiple avec filtres LPTV est décrit dans la figure 4.1a. Le signal

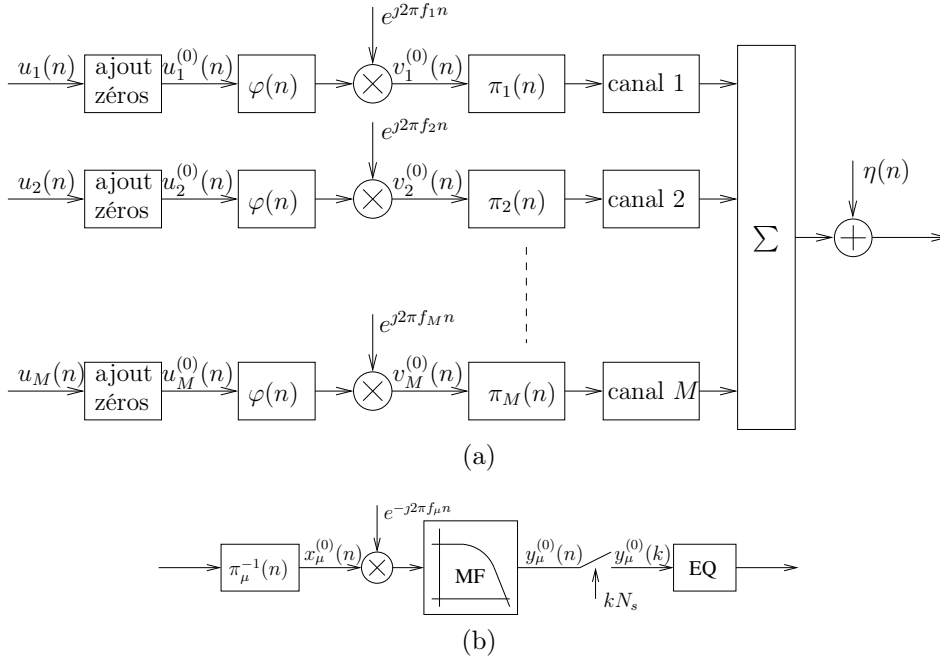


FIG. 4.1: (a)Le modèle à temps discret du système LPTVMA(b)Le récepteur du système LPTVMA

d'entrée pour l'utilisateur  $\mu$ ,  $u_\mu(n) \in \mathbb{C}$ , est une suite de symboles suréchantillonnés, avec  $N_s - 1$  zéros insérés entre chaque symbole, où  $N_s$  est le nombre d'échantillons par symbole. Le signal  $u_\mu(n)$  est ensuite passé dans un dispositif d'ajout de zéros. Le rôle de ce dispositif sera expliqué dans la suite. Le signal obtenu après l'ajout de zéros,  $u_\mu^{(0)}(n)$ , est filtré par un filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle  $\varphi(n)$ . L'exposant supérieur  $(0)$  exprime le fait que, dans le signal  $u_\mu^{(0)}(n)$ , il y a des zéros insérés périodiquement.

Le signal du  $\mu$ -ième utilisateur est ensuite modulé avec une porteuse complexe de fréquence  $f_\mu$ . La fréquence porteuse  $f_\mu$  est choisie de façon à assurer l'orthogonalité des utilisateurs dans le domaine fréquentiel. Le signal modulé s'écrit

$$v_\mu^{(0)}(n) = (u_\mu^{(0)}(n) * \varphi(n)) e^{j2\pi f_\mu n} \quad (4.1)$$

Ensuite, les échantillons du signal modulé,  $v_\mu^{(0)}(n)$ , sont entrelacés par un entrelaceur bloc défini par la permutation  $\pi_\mu(n)$  de longueur  $N_\mu$  (1.17). A la sortie de l'entrelaceur bloc, un signal à spectre étalé est obtenu.



#### 4.1 Modèle à temps discret du système LPTVMA

Par exemple, en utilisant un entrelaceur matriciel avec  $P = 30$  lignes et  $Q = 96$  colonnes, la densité spectrale de puissance du signal étalé est représentée dans la figure 4.2. Dans notre exemple, le signal à l'entrée de l'entrelaceur matriciel est un signal modulé Quaternary Phase Shift Keying (QPSK) avec une mise en forme en racine de cosinus surélevé, avec le coefficient d'arrondi  $\alpha = 0.5$  et le nombre d'échantillons par symbole  $N_s = 16$ .

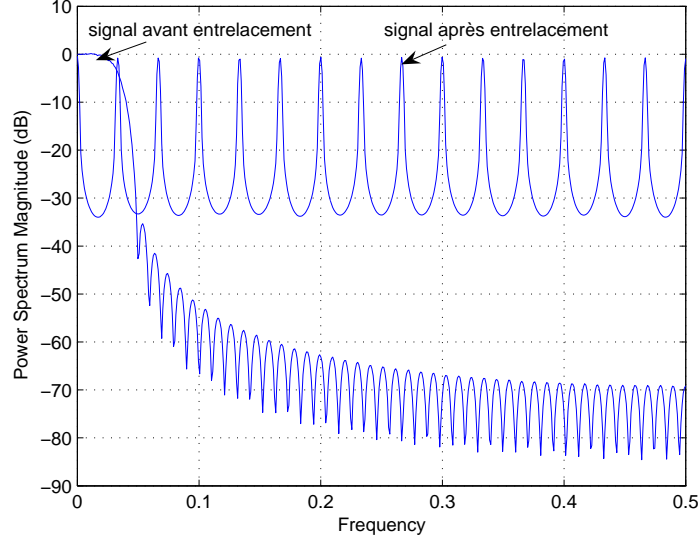


FIG. 4.2: La densité spectrale de puissance du signal avant et après entrelacement dans le système LPTVMA

Après l'entrelacement, le signal est envoyé dans un canal à multitrajets, représenté sous la forme d'un filtre FIR, supposé slow fading, avec les atténuations de chaque trajet constantes pendant toute la durée de la transmission (2.3) :

$$h_\mu(n) = \sum_{i=0}^{L_\mu} h_i^{(\mu)} \delta(n - i) \quad (4.2)$$

où  $h_i^{(\mu)} \in \mathbb{C}$  et  $L_\mu \in \mathbb{N}$  sont les coefficients du canal, respectivement l'ordre du canal du  $\mu$ -ième utilisateur.

A la réception (Fig. 4.1b), on réalise tout d'abord l'entrelacement inverse représenté par la permutation inverse  $\pi_\mu^{-1}(n)$ . Le signal obtenu à la sortie de l'entrelaceur inverse,  $x_\mu^{(0)}(n)$ , s'écrit en fonction des signaux émis par chaque utilisateur,  $v_\mu^{(0)}(n)$ , sous la forme :

$$x_\mu^{(0)}(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{L_m} h_i^{(m)} v_m^{(0)}(n - f_i^{(m,\mu)}(n)) + \eta(n - \underline{n}_{N_\mu} + \pi_\mu(\underline{n}_{N_\mu})) \quad (4.3)$$

où  $\eta(n) \in \mathbb{C}$  est un bruit blanc gaussien centré et  $f_i^{(m,\mu)}(n)$  est donnée par :

$$\begin{aligned} f_i^{(m,\mu)}(n) = & \underline{n}_{N_\mu} - \pi_\mu^{-1}(\underline{n}_{N_\mu}) + i \\ & + \frac{n - \underline{n}_{N_\mu} + \pi_\mu^{-1}(\underline{n}_{N_\mu}) - i}{N_m} \\ & - \pi_m \left( \frac{n - \underline{n}_{N_\mu} + \pi_\mu^{-1}(\underline{n}_{N_\mu}) - i}{N_m} \right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Dans le cas le plus général, les entrelaceurs d'émission  $\pi_m(n)$  et de réception  $\pi_\mu^{-1}(n)$  ont des périodes différentes,  $N_m \neq N_\mu$  et donc la fonction  $f_i^{(m,\mu)}(n)$  n'est pas périodique.

Un cas particulier important est le cas où tous les entrelaceurs ont la même période  $N_m = N_\mu$  (soit il s'agit du même utilisateur  $m = \mu$ , soit les deux utilisateurs utilisent des entrelaceurs de même période). Dans ce cas, la fonction  $f_i^{(m,\mu)}(n)$  est périodique de période  $N_m$  et donc on dit que le signal reçu  $x_\mu^{(0)}(n)$  (4.3) est constitué par une somme de PCCs.

L'expression de la fonction  $f_i^{(m,\mu)}(n)$  peut être simplifiée davantage lorsqu'il s'agit du même utilisateur,  $m = \mu$  et que l'entrelaceur bloc est spécifié. Ainsi, pour un entrelaceur matriciel avec  $P_m$  lignes et  $Q_m$  colonnes (1.20), la fonction  $f_i^{(m,m)}(n)$  a l'expression :

$$\text{si } \underline{n}_{N_m} \geq \underline{i}_{P_m} Q_m$$

$$f_i^{(m,m)}(n) = \begin{cases} \underline{i}_{P_m} Q_m + \frac{i - \underline{i}_{P_m}}{P_m} & \underline{n}_{N_m} + N_m \underline{n}_{Q_m} \geq i Q_m, \\ \underline{i}_{P_m} Q_m + \frac{i - \underline{i}_{P_m}}{P_m} + N_m - Q_m & \underline{n}_{N_m} + N_m \underline{n}_{Q_m} < i Q_m \end{cases} \quad (4.5)$$

$$\text{si } \underline{n}_{N_m} < \underline{i}_{P_m} Q_m$$

$$f_i^{(m,m)}(n) = \begin{cases} \underline{i}_{P_m} Q_m + \frac{i - \underline{i}_{P_m}}{P_m} - N_m + 1 & \underline{n}_{N_m} + N_m \underline{n}_{Q_m} \geq i Q_m, \\ \underline{i}_{P_m} Q_m + \frac{i - \underline{i}_{P_m}}{P_m} - Q_m + 1 & \underline{n}_{N_m} + N_m \underline{n}_{Q_m} < i Q_m \end{cases} \quad (4.6)$$

où  $N_m = P_m Q_m$ ,  $i \in \{0, 1, \dots, N_m - 1\}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ . Pour la démonstration des relations (4.5) et (4.6), voir l'annexe D.

Pour un entrelaceur circulaire de paramètres  $Q_m$  et  $N_m$  (1.22), l'expression de  $f_i^{(m,m)}(n)$  devient

$$\text{si } \underline{n}_{N_m} \geq \underline{i} Q_{m N_m}$$

$$f_i^{(m,m)}(n) = \begin{cases} \underline{i} Q_{m N_m} & \frac{1}{Q_m} n_{N_m} \geq i, \\ \underline{i} Q_{m N_m} + N_m & \frac{1}{Q_m} n_{N_m} < i \end{cases} \quad (4.7)$$

$$\text{si } \underline{n}_{N_m} < \underline{i} Q_{m N_m}$$

$$f_i^{(m,m)}(n) = \begin{cases} \underline{i} Q_{m N_m} - N_m & \frac{1}{Q_m} n_{N_m} \geq i, \\ \underline{i} Q_{m N_m} & \frac{1}{Q_m} n_{N_m} < i \end{cases} \quad (4.8)$$

$i \in \{0, 1, \dots, N_m - 1\}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Pour la démonstration des relations (4.7) et (4.8), voir l'annexe E.

D'après (4.3), le signal reçu après desentrelacement,  $x_\mu^{(0)}(n)$ , contient un terme d'interférence multi-utilisateur ainsi qu'un terme lié à l'utilisateur d'intérêt  $v_\mu^{(0)}(n)$ . Nous verrons dans la suite que le terme d'interférence multi-utilisateur sera totalement éliminé dans le cas d'un système quasi-synchrone. Dans le terme de signal utile, on voit que le signal  $v_\mu^{(0)}(n)$  est affecté des retards de la forme  $f_i^{(\mu,\mu)}(n)$ . Les retards  $f_i^{(\mu,\mu)}(n)$  incluent l'influence de l'entrelaceur bloc, du canal à multitrajets et de l'entrelaceur bloc inverse. On obtient ainsi un canal équivalent variant dans le temps. Afin de pouvoir utiliser, après démodulation, des techniques classiques d'égalisation, il est nécessaire de rendre ce canal équivalent invariant dans le temps. La section suivante montrera comment cette invariance temporelle des retards peut être réalisée grâce à l'ajout de zéros.

Après la démodulation, le signal reçu est filtré par un filtre de réception (MF),  $\overline{\varphi}(n)$ , adapté au filtre de mise en forme  $\varphi(n)$ . La sortie du filtre de réception s'écrit

$$y_{\mu}^{(0)}(n) = (x_{\mu}^{(0)}(n) \cdot e^{-j2\pi f_{\mu}n}) * \overline{\varphi}(n) \quad (4.9)$$

La sortie du filtre de réception, après échantillonnage, est égalisée par un égaliseur. L'utilisation de l'égaliseur est possible après l'annulation de la variation temporelle du canal équivalent. De plus, il est nécessaire que l'égaliseur soit adapté au canal équivalent résultant de l'annulation de la variation temporelle. Les techniques d'égalisation adaptées au système LPTVMA seront présentées dans le chapitre suivant.

Ainsi, une description générale du système d'accès multiple avec filtres LPTV a été réalisée. L'orthogonalité des utilisateurs est réalisée avec des fréquences porteuses différentes. Les signaux modulés sont ensuite étalés par des entrelaceurs bloc. On a montré que la présence des entrelaceurs bloc dans la chaîne de transmission fait que le signal reçu est affecté par une somme de PCCs. Le canal équivalent de cette chaîne a un caractère variant dans le temps et donc les techniques classiques d'égalisation ne peuvent pas être utilisées directement.

Dans la suite, une technique d'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent sera présentée, ce qui permettra d'utiliser des techniques classiques d'égalisation.

## 4.2 Technique d'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent

Dans la section précédente, nous avons vu que, pour un utilisateur donné, le signal obtenu à la sortie de l'entrelaceur bloc est affecté par une somme de PCCs (4.3). Nous allons montrer, dans la suite, comment le caractère variant dans le temps de cette somme de PCCs peut être annulé. Dans ce but, une technique d'ajout de zéros sera utilisée. Après l'annulation du caractère variant dans le temps de la somme des PCCs, des techniques classiques d'égalisation peuvent être utilisées.

Nous allons tout d'abord montrer l'impact de l'ajout de zéros sur une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc. Deux exemples d'entrelaceurs bloc, l'entrelaceur matriciel et circulaire, seront utilisés pour illustrer notre démarche. Ensuite cette technique sera adaptée au système LPTVMA. Nous allons montrer que, si les utilisateurs sont quasi-synchrones, un système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateur peut être ainsi obtenu.

### 4.2.1 Chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc

Pour présenter la technique d'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent (4.3), on considère tout d'abord le cas particulier d'une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc (Fig. 4.3a).

Le signal d'entrée de la chaîne,  $u(n) \in \mathbb{C}$ , a des zéros introduits périodiquement par le dispositif d'ajout des zéros. Le signal après l'ajout de zéros,  $u^{(0)}(n)$ , est entrelacé par un entrelaceur bloc,  $\pi(n)$  représenté sous la forme d'une structure matricielle (entrelaceur matriciel, circulaire, etc.). Le canal de propagation est représenté, pour des raisons de simplicité, par un retard de transmission  $i \in \mathbb{N}^*$ . Le signal obtenu à la

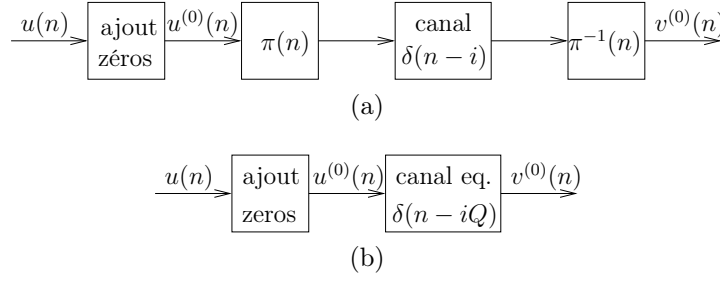


FIG. 4.3: (a) Chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc et technique d'ajout de zéros  
(b) Chaîne équivalente

sortie de l'entrelaceur bloc inverse,  $v^{(0)}(n)$ , s'écrit en fonction du signal à l'entrée de la chaîne,  $u(n)$ , (4.3) :

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - f_i(n)) \quad (4.10)$$

où

$$f_i(n) = \underline{n}_N + i + \underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N} - \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \pi(\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N}) \quad (4.11)$$

et  $N$  est la période de l'entrelaceur bloc. Donc, la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc est équivalente avec un PCC de fonction  $f_i(n)$ . Dans la suite, on va montrer comment le caractère variant dans le temps du PCC équivalent peut être annulé en utilisant une technique d'ajout de zéros.

## Cas particulier

Pour comprendre le principe de la technique d'ajout de zéros dans la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc (Fig. 4.3a), nous allons tout d'abord étudier un cas particulier. Puis nous passerons à une généralisation de la méthode.

Soit un entrelaceur matriciel avec  $P = 4$  lignes et  $Q = 3$  colonnes. Le signal à l'entrée de la chaîne,  $u(n)$ , est scindé en trames de 6 échantillons de longueur. Dans le dispositif d'ajout de zéros, chaque trame est terminée par 6 zéros. Ci-dessous, on a représenté deux trames du signal après l'ajout de zéros  $u^{(0)}(n)$  :

$$\begin{array}{cccccccccccc} n=-12 & n=-11 & & & & & & & & & & n=-1 \\ u(-6) & u(-5) & u(-4) & u(-3) & u(-2) & u(-1) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ n=0 & n=1 & & & & & & & & & & n=11 \\ u(0) & u(1) & u(2) & u(3) & u(4) & u(5) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad (4.12)$$

Chaque trame du signal  $u^{(0)}(n)$  est ensuite permutée par l'entrelaceur matriciel. Sur les dernières 2 lignes de l'entrelaceur, se trouvent toujours des zéros (Fig. 4.4). Ce résultat est une conséquence de la technique d'ajout de zéros.

A la sortie de l'entrelaceur matriciel on obtient

$$\begin{array}{cccccccccccc} n=-12 & n=-11 & & & & & & & & & & n=-1 \\ u(-6) & u(-3) & 0 & 0 & u(-5) & u(-2) & 0 & 0 & u(-4) & u(-1) & 0 & 0 \\ n=0 & n=1 & & & & & & & & & & n=11 \\ u(0) & u(3) & 0 & 0 & u(1) & u(4) & 0 & 0 & u(2) & u(5) & 0 & 0 \end{array} \quad (4.13)$$

Dans un premier temps, le retard de transmission introduit par le canal est considéré égal à un échantillon :  $i = 1$  (Fig. 4.3a). Alors l'entrelaceur matriciel inverse est appliqué sur le signal émis (4.13) en retard d'un échantillon (Fig. 4.5a). Donc, à la sortie de l'entrelaceur inverse on obtient

$$\begin{array}{cccccccccccc} n=0 & n=1 & & & & & & & & & & n=11 \\ 0 & 0 & 0 & u(0) & u(1) & u(2) & u(3) & u(4) & u(5) & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad (4.14)$$

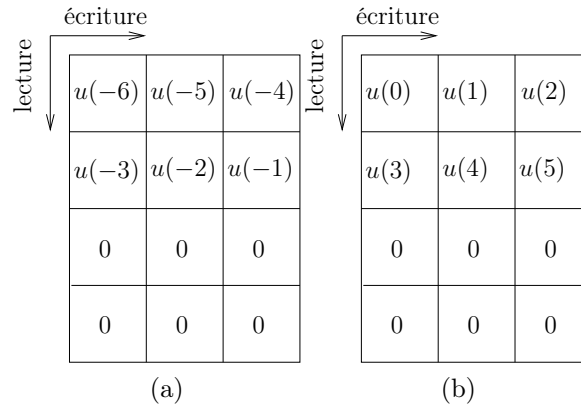


FIG. 4.4: Exemple d'entrelaceur matriciel : (a) première trame ; (b) deuxième trame

On peut s'apercevoir ainsi que, par rapport à la trame émise entre les instants discrets  $n = 0$  et  $n = 11$  (4.12), la trame reçue à la sortie de l'entrelaceur matriciel inverse (4.14) est retardé de  $Q = 3$  échantillons.

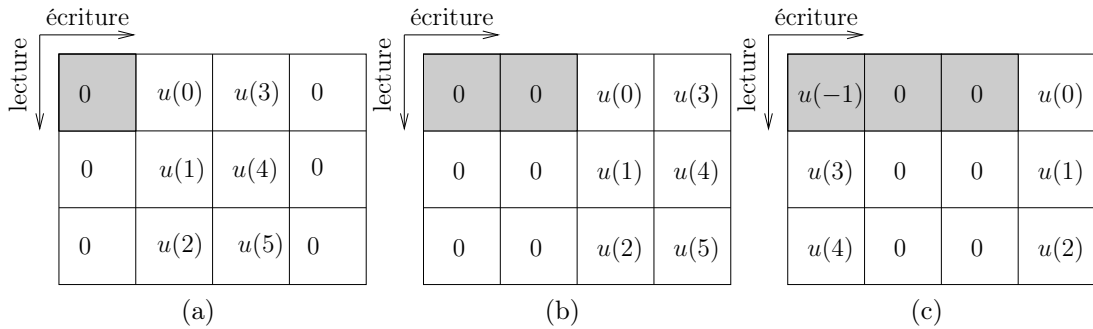


FIG. 4.5: Exemple d'entrelaceur matriciel inverse avec un retard : (a) d'un échantillon (b) de deux échantillons (c) de trois échantillons

Si maintenant, le retard de transmission est considéré égal à 2 échantillons :  $i = 2$  (Fig. 4.3a). L'entrelaceur matriciel inverse est appliqué sur le signal émis (4.13) en retard de deux échantillons (Fig. 4.5b). Dans ce cas, le signal reçu, après l'entrelacement inverse est

$$\begin{matrix} n=0 & n=1 & & & & & & & & & n=11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u(0) & u(1) & u(2) & u(3) & u(4) & u(5) \end{matrix} \quad (4.15)$$

Par rapport à la trame émise entre les instants discrets  $n = 0$  et  $n = 11$  (4.12), la trame reçue à la sortie de l'entrelaceur matriciel inverse (4.15) est retardée de  $2Q = 6$  échantillons.

Lorsque le retard de transmission est de 3 échantillons,  $i = 3$ , alors le signal reçu, après l'entrelacement inverse, s'écrit (Fig. 4.5c)

$$\begin{matrix} n=0 & n=1 & & & & & & & & & n=11 \\ u(-1) & u(3) & u(4) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u(0) & u(1) & u(2) \end{matrix} \quad (4.16)$$

Dans cette situation, on ne peut plus considérer que, par rapport à la trame émise entre les instants discrets  $n = 0$  et  $n = 11$  (4.12), la trame reçue à la sortie de l'entrelaceur

matriciel inverse (4.16) est retardée. Dans ce cas, les échantillons sont mélangés dans un ordre différent.

Donc, pour un retard de transmission de  $i = 1$  ou  $i = 2$  échantillons, la séquence reçue, après l'entrelacement inverse, est retardée par rapport à la séquence émise avec un retard de  $Q = 3$ , respectivement  $2Q = 6$  échantillons. Ce résultat est dû au fait que, sur les deux dernières lignes de l'entrelaceur matriciel (Fig. 4.4), il y a des zéros. Ainsi, le caractère variant dans le temps du PCC équivalent (4.10) est annulé et la fonction qui caractérise le PCC,  $f_i(n)$ , est transformée en un retard invariant dans le temps (Fig. 4.3b). La relation entrée-sortie de la chaîne équivalente s'écrit alors :

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - iQ) \quad (4.17)$$

$\forall i \in \{1, 2\}$ .

## Cas général

Ce résultat peut être généralisé pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels quelconques, avec  $P + L$  lignes et  $Q$  colonnes (1.20). Le signal à l'entrée de la chaîne,  $u(n)$ , est décomposé en trames de longueur  $PQ$ . A la sortie du dispositif d'ajout de zéros, le signal  $u^{(0)}(n)$  est composé de trames de longueur  $N = (P + L)Q$  avec  $LQ$  zéros à la fin de chaque trame (Fig. 4.6). Le signal obtenu après l'ajout de

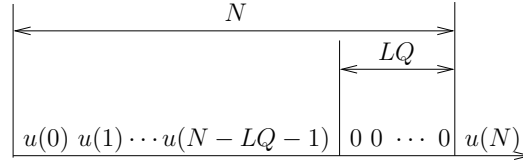


FIG. 4.6: Le signal après l'ajout de zéros

zéros,  $u^{(0)}(n)$ , peut s'exprimer en fonction du signal original,  $u(n)$ , sous la forme :

$$u^{(0)}(n) = \begin{cases} u\left(\frac{n - \underline{n}_N}{N}PQ + \underline{n}_N\right) & \underline{n}_N < PQ, \\ 0 & \underline{n}_N \geq PQ \end{cases} \quad (4.18)$$

Lorsque le signal  $u^{(0)}(n)$  est entrelacé par l'entrelaceur matriciel, de période  $N = (P + L)Q$ , sur les dernières  $L$  lignes, on a toujours des zéros (Fig. 4.7a). Ainsi, on peut montrer que le signal obtenu à la sortie de l'entrelaceur inverse,  $v^{(0)}(n)$  s'écrit sous la forme :

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - iQ) \quad (4.19)$$

$\forall i \in \{1, 2, \dots, L\}$ . Pour la démonstration de la relation (4.19) voir l'annexe F.

Le même résultat, représenté par l'équation (4.19), peut être obtenu en utilisant, dans la chaîne de transmission, des entrelaceurs circulaires quelconques de paramètres  $Q$  et  $N = (P + L - 1)Q + R$ ,  $0 < R < Q$  (1.22). La technique d'ajout de zéros est la même, c'est à dire le signal obtenu après l'ajout de zéros,  $u^{(0)}(n)$ , est composé de trames de  $N$  échantillons, avec  $LQ$  zéros à la fin de chaque trame (Fig. 4.6). Ce signal peut s'exprimer en fonction du signal original,  $u(n)$ , sous la forme :

$$u^{(0)}(n) = \begin{cases} u\left(\frac{n - \underline{n}_N}{N}((P - 1)Q + R) + \underline{n}_N\right) & \underline{n}_N < (P - 1)Q + R, \\ 0 & \underline{n}_N \geq (P - 1)Q + R \end{cases} \quad (4.20)$$

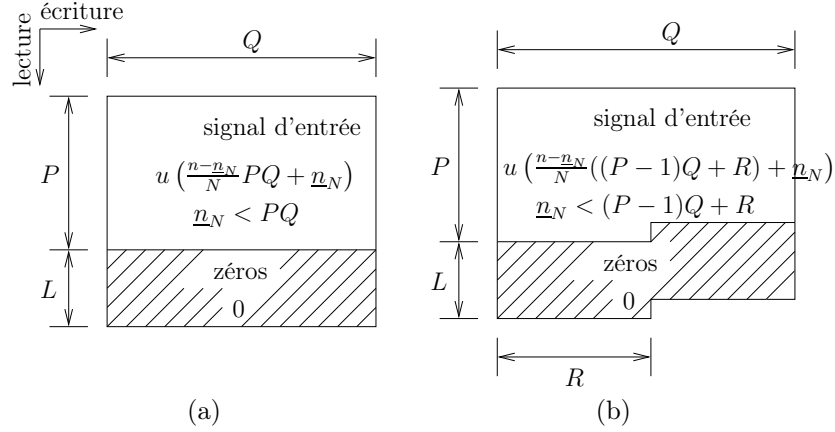


FIG. 4.7: (a) L'entrelaceur matriciel appliqué au signal avec ajout de zéros  
(b) L'entrelaceur circulaire appliqué au signal avec ajout de zéros

Avec cette construction du signal d'entrée de l'entrelaceur circulaire,  $u^{(0)}(n)$ , sur chaque colonne, les dernières  $L$  lignes sont toujours remplies avec des zéros (Fig. 4.7b). Pour la démonstration de l'annulation du caractère variant dans le temps du PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires, voir l'annexe G.

La technique d'annulation du caractère variant dans le temps du PCC équivalent (4.10) peut être généralisée pour n'importe quel entrelaceur bloc qui peut être modélisé sous la forme d'une structure matricielle. Des relations générales pour la permutation qui caractérise l'entrelaceur bloc peuvent être obtenues, mais leur complexité est élevée. C'est pourquoi nous avons préféré nous limiter à des entrelaceurs matriciels et des entrelaceurs circulaires.

La technique d'ajout de zéros a été proposée initialement pour le système CIBS-CDMA [21]. L'originalité de notre approche consiste dans la modélisation de la chaîne de transmission avec une somme des PCCs et la généralisation de la technique d'ajout de zéros pour des entrelaceurs bloc avec structure spécifique.

En conclusion, lorsque l'on a un entrelaceur bloc à l'émission et un entrelaceur bloc inverse à la réception, et que le canal est multitrajets, on aboutit à un canal équivalent qui possède des retards variant dans le temps.

Avec des entrelaceurs matriciels ou circulaires, il est possible d'éliminer le caractère variant dans le temps. La procédure consiste à rajouter  $L_\mu Q$  zéros en fin de chaque bloc de données transmises.  $Q$  est ici le nombre de colonnes de l'entrelaceur bloc et  $L_\mu$  représente l'ordre du canal du  $\mu$ -ième utilisateur. Avec cette technique d'ajout de zéros, le canal équivalent du  $\mu$ -ième utilisateur (entrelaceur bloc, canal à multitrajets, entrelaceur bloc inverse) est invariant dans le temps. Ce canal équivalent est toujours un canal à multitrajets, mais avec des retards  $Q$  fois plus grands que les retards rencontrés dans le canal initial. Par la suite, nous allons montrer comment ce résultat peut être utilisé dans le cas du système LPTVMA.

### 4.2.2 Système LPTVMA

Pour pouvoir implémenter la technique d'ajout de zéros utilisée dans le système LPTVMA (Fig. 4.1a), on fait les hypothèses suivantes :

- le filtre de mise en forme,  $\varphi(n)$ , est un filtre FIR d'ordre  $L_{sh}$  ;

- l'entrelaceur bloc de chaque utilisateur peut être modélisé sous la forme d'une structure matricielle avec  $Q$  colonnes.

Dans le système LPTVMA, on a choisi de réaliser l'ajout de zéros avant le filtre de mise en forme (Fig. 4.1a). Le signal du  $\mu$ -ième utilisateur, après l'ajout de zéros,  $v_\mu^{(0)}(n)$ , a  $L_\mu Q + L_{sh}$  zéros introduits périodiquement dans chaque trame d'échantillons de longueur  $N_\mu$ , où  $N_\mu$  est la période de l'entrelaceur bloc et  $L_\mu$  est l'ordre du canal du  $\mu$ -ième utilisateur (Fig. 4.8a). Les premiers  $L_{sh}$  zéros videront la mémoire du filtre de mise en forme, tels que, après la mise en forme, chaque trame de  $N_\mu$  échantillons est terminée par  $L_\mu Q$  zéros. Ainsi, le signal, après la mise en forme, a une variation dans le temps continue, sans variations brusques (Fig. 4.8b).

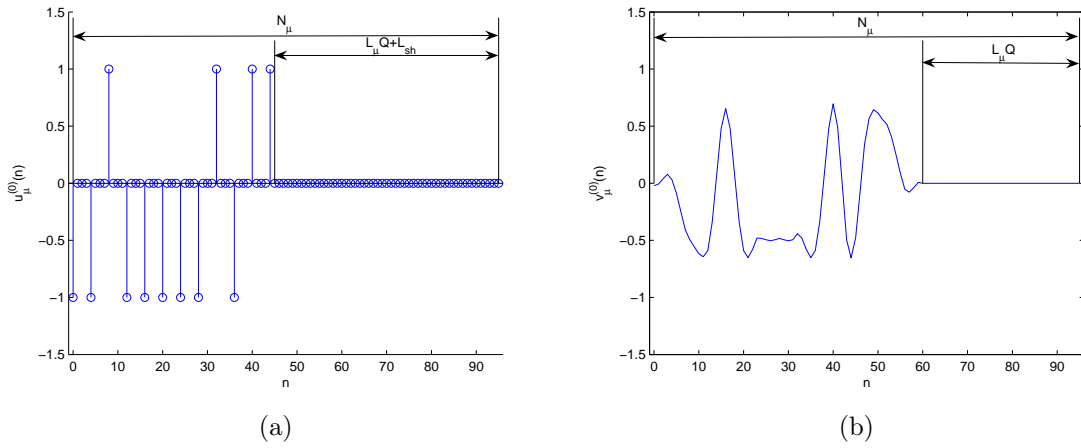


FIG. 4.8: (a) Le signal après l'ajout de zéros ; (b) Le signal après la mise en forme

Dans le cas du système LPTVMA, on peut évaluer la perte en efficacité spectrale déterminée par l'insertion périodique de zéros pour le  $\mu$ -ième utilisateur avec la relation [21] :

$$\eta_\mu = \frac{N_\mu - L_\mu Q - L_{sh}}{N_\mu} \quad (4.21)$$

Donc, pour avoir une bonne efficacité spectrale on doit choisir une période de l'entrelaceur  $N_\mu$  beaucoup plus grande que le nombre de zéros insérés dans une période  $L_\mu Q + L_{sh}$ . Cette condition peut être satisfaite facilement à condition que le retard introduit par l'entrelaceur bloc ne devienne pas trop important.

Après modulation, le signal garde la même structure de la trame, avec  $L_\mu Q$  zéros introduits périodiquement, ce qui permettra d'utiliser le résultat établi précédemment. Donc, le caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc pour le  $\mu$ -ième utilisateur peut être annulé et un canal équivalent invariant dans le temps est obtenu (4.3), (4.19)

$$x_\mu^{(0)}(n) = \sum_{i=0}^{L_\mu} h_i^{(\mu)} v_\mu^{(0)}(n - iQ) + \zeta_\mu(n) \quad (4.22)$$

où

$$\zeta_\mu(n) = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq \mu}}^M \sum_{i=0}^{L_m} h_i^{(m)} v_m^{(0)}(n - f_i^{(m,\mu)}(n)) + \eta(n - \underline{n}_{N_\mu} + \pi_\mu(\underline{n}_{N_\mu})) \quad (4.23)$$



représente l'interférence multi-utilisateur et le bruit gaussien dans le système LPTVMA. Après démodulation et le filtrage de réception, le signal reçu s'écrit

$$y_\mu^{(0)}(n) = \sum_{i=0}^{L_\mu} h_i^{(\mu)} e^{-j2\pi f_\mu iQ} (\bar{\varphi}(n) * \varphi(n - iQ) * u_\mu^{(0)}(n - iQ)) + (\zeta_\mu(n) e^{-j2\pi f_\mu n}) * \bar{\varphi}(n) \quad (4.24)$$

Ainsi, des techniques classiques d'égalisation peuvent être appliquées pour récupérer les symboles émis par le  $\mu$ -ième utilisateur, en considérant l'interférence multi-utilisateur et le bruit gaussien comme un bruit additif. Le canal équivalent a les trajets espacés d'un retard  $Q$  fois plus grand par rapport au canal initial (4.2) et donc les techniques d'égalisation doivent être adaptées pour ce type de canal.

De plus, si les utilisateurs partagent le même ordre du canal :

$$L = \max_m(L_m) \quad (4.25)$$

et la même période de l'entrelaceur bloc

$$N = N_m \quad \forall m \in \{1, 2, \dots, M\} \quad (4.26)$$

alors tous les utilisateurs transmettent à travers des canaux invariants dans le temps (4.22) :

$$x_\mu^{(0)}(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^L h_i^{(m)} v_m^{(0)}(n - iQ) + \eta(n - \underline{n}_N + \pi_\mu(\underline{n}_N)) \quad (4.27)$$

Dans ce cas, le signal reçu après démodulation et filtrage de réception s'écrit (4.24)

$$y_\mu^{(0)}(n) = \sum_{i=0}^L h_i^{(\mu)} e^{-j2\pi f_\mu iQ} (\bar{\varphi}(n) * \varphi(n - iQ) * u_\mu^{(0)}(n - iQ)) + (\eta(n - \underline{n}_N + \pi_\mu(\underline{n}_N)) e^{-j2\pi f_\mu n}) * \bar{\varphi}(n) \quad (4.28)$$

D'après (4.28), le signal reçu du  $\mu$ -ième utilisateur est affecté uniquement par le bruit gaussien. L'explication de ce résultat provient du fait que les utilisateurs transmettent à travers des canaux invariants dans le temps. Comme l'orthogonalité des utilisateurs est réalisée dans le domaine fréquentiel, le système LPTVMA est un système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateur. La condition nécessaire et suffisante pour avoir un système LPTVMA sans interférence multi-utilisateur est que les retards relatifs des utilisateurs soient suffisamment petits pour être absorbés dans un ordre commun du canal  $L$  (4.25). On parlera, dans ce cas, de système LPTVMA quasi-synchrone. Lorsque les utilisateurs deviennent désynchronisés et que leurs retards respectifs ne peuvent pas être inclus dans l'ordre du canal (sous peine d'une perte trop importante liée à l'insertion des zéros) on parlera de système LPTVMA asynchrone.

La technique d'annulation du caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc, adaptée pour le système LPTVMA, a été présentée. Des techniques d'égalisation, adaptées au canal équivalent, pourront être utilisées. De plus,

un système LPTVMA sans interférence multi-utilisateur peut être obtenu lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones.

Les différentes contraintes qui doivent être imposées dans le système proposé, orthogonalité des utilisateurs, capacité d'étalement des entrelaceurs, annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent, ont un impact sur les paramètres du système. Leurs choix sera discuté dans la suite.

### 4.3 Choix des paramètres du système LPTVMA

L'orthogonalité des utilisateurs, l'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent et l'étalement réalisé par l'entrelaceur bloc introduisent des contraintes quant au choix des fréquences porteuses, du nombre d'utilisateurs et des entrelaceurs bloc. Nous les détaillons dans les paragraphes suivants.

#### Choix des fréquences porteuses

Pour pouvoir assurer l'orthogonalité fréquentielle des utilisateurs, plusieurs choix sont possibles :

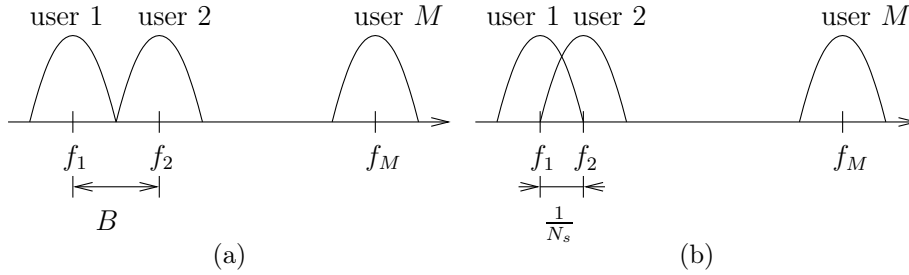


FIG. 4.9: (a)Frequency Division Multiplex(b)Orthogonal Frequency Division Multiplex

#### a) utilisateurs avec supports spectraux disjoints (Frequency Division Multiplex (FDM))

Dans ce cas, les utilisateurs ont un espacement fréquentiel <sup>1</sup>,  $f_p$ , égal au support spectral du signal après la mise en forme,  $B$ , (Fig. 4.9a) :

$$f_p = B \quad (4.29)$$

Il est nécessaire que le filtre de mise en forme ait une bande de largeur finie (par exemple un filtre en racine de cosinus surélevé).

Les utilisateurs peuvent avoir un espacement fréquentiel supérieur au support spectral du signal après la mise en forme,  $f_p > B$ , lorsqu'on veut diminuer l'interférence entre les utilisateurs situés dans les bandes adjacentes.

#### b) utilisateurs avec supports spectraux qui se chevauchent (OFDM)

L'espacement fréquentiel,  $f_p$ , est égal à l'inverse de la durée d'un symbole (Fig. 4.9b) :

$$f_p = \frac{1}{N_s} \quad (4.30)$$

<sup>1</sup>Toutes les fréquences considérées dans la suite sont normalisées par rapport à la fréquence d'échantillonnage

où  $N_s$  représente le nombre d'échantillons par symbole. Le filtre de mise en forme est, dans ce cas, un filtre rectangulaire.

Le choix de la fréquence porteuse a un impact sur le nombre maximal d'utilisateurs dans le système d'accès multiple, mais aussi sur l'interférence multi-utilisateur.

## Nombre maximal d'utilisateurs

Le nombre maximal d'utilisateurs du système LPTVMA,  $M_{\max}$ , peut être déterminé à partir du théorème d'échantillonnage :

a) multiplex FDM

La fréquence maximale du multiplex FDM,  $f_{\max}$ , est

$$f_{\max} = \frac{M_{\max}}{2} B \quad (4.31)$$

L'équation (4.31) a été obtenue en considérant le multiplex FDM centré en zéro. D'après (4.31) et avec le théorème d'échantillonnage,  $f_{\max} \leq 0.5$ , le nombre maximal d'utilisateurs est

$$M_{\max} = \left\lfloor \frac{1}{B} \right\rfloor \quad (4.32)$$

Par exemple, si le filtre de mise en forme est un filtre en cosinus surélevé de coefficient d'arrondi,  $\alpha$ , alors  $M_{\max} = \left\lfloor \frac{N_s}{1+\alpha} \right\rfloor$ , où  $B = \frac{1+\alpha}{N_s}$ . Si  $N_s = 16$  échantillons par symbole et  $\alpha = 0.5$ , alors  $M_{\max} = 10$ .

b) multiplex OFDM

Dans ce cas, la fréquence maximale du multiplex OFDM est

$$f_{\max} = \frac{M_{\max} + 1}{2} \frac{1}{N_s} \quad (4.33)$$

Donc, le nombre maximal d'utilisateurs est

$$M_{\max} = N_s - 1 \quad (4.34)$$

L'utilisation d'un multiplex OFDM dans le système LPTVMA permet d'utiliser d'une manière efficace le spectre disponible. Par exemple avec  $N_s = 16$ , le nombre maximal d'utilisateurs est  $M_{\max} = 15$ .

On peut associer le nombre d'échantillons par symbole,  $N_s$ , au gain de traitement,  $G_p$ , utilisé dans les systèmes DS-CDMA (voir section 3.1). Sachant que le nombre maximal d'utilisateurs dans le système DS-CDMA est voisin du gain de traitement  $G_p$ , alors, le système LPTVMA avec multiplex OFDM a presque le même nombre maximal d'utilisateurs que le système DS-CDMA. Néanmoins, nous allons voir, dans la suite, que l'interférence multi-utilisateur est plus grande dans un système asynchrone quand on utilise un multiplex OFDM que dans le cas où on utilise un multiplex FDM.

## Choix de l'entrelaceur

Nous allons limiter le choix des entrelaceurs bloc dans le système LPTVMA aux entrelaceurs bloc qui peuvent être modélisés sous la forme d'une structure matricielle (l'entrelaceur matriciel (Fig. 1.6a), l'entrelaceur circulaire (Fig. 1.6b)). Comme nous

l'avons vu dans la section 4.2, ce choix permet, avec le dispositif d'ajout de zéros, d'atténuer l'effet du canal de propagation à multitrajets sur les entrelaceurs bloc.

On veut aussi que la sortie de l'entrelaceur bloc soit un signal à spectre étalé. Par exemple, en utilisant un entrelaceur matriciel avec  $P$  lignes et  $Q$  colonnes, une condition nécessaire pour avoir, à la sortie, un signal à spectre étalé est

$$Q > L_{\text{sh}} \quad (4.35)$$

où  $L_{\text{sh}}$  est l'ordre du filtre FIR de mise en forme. Avec cette condition, deux échantillons adjacents du signal entrelacé sont non corrélés, car ils étaient séparés par un écart supérieur à  $L_{\text{sh}}$  échantillons avant l'entrelacement. D'autre part, dans la densité spectrale de puissance du signal entrelacé (Fig. 4.2), le nombre de crêtes est directement proportionnel au nombre de lignes de l'entrelaceur  $P$  [13]. Donc, pour avoir un signal étalé, il est nécessaire que  $P$  soit suffisamment grand (supérieur à 10 par exemple). À partir de cet exemple, les paramètres d'autres entrelaceurs bloc, représentables sous la forme d'une structure matricielle (l'entrelaceur circulaire), peuvent être déduits pour avoir des bonnes propriétés d'étalement.

L'étalement introduit par l'entrelaceur bloc peut être caractérisé à partir du canal équivalent invariant dans le temps, qui inclut l'influence de l'entrelaceur bloc (4.22). La sélectivité fréquentielle du canal équivalent est  $Q$  fois plus grande que la sélectivité du canal initial (car les trajets sont espacés de  $Q$  échantillons). Donc, en modifiant le nombre de colonnes de l'entrelaceur bloc,  $Q$ , on peut modifier la sélectivité fréquentielle du canal équivalent. Cela revient à avoir un signal plus ou moins étalé à l'entrée du canal initial.

Le choix de l'entrelaceur bloc peut enfin être conditionné par le fait d'avoir une faible interférence multi-utilisateurs dans le cas où les utilisateurs sont asynchrones. Ce sujet ne sera pas abordé dans le cadre de cette thèse et fera l'objet d'études ultérieures.

Les différents choix des paramètres du système LPTVMA ont été discutés. Nous avons montré comment les fréquences porteuses peuvent être choisies pour assurer l'orthogonalité des utilisateurs. Nous avons déterminé la limite supérieure pour le nombre d'utilisateurs dans notre système. Les contraintes qui doivent être imposées sur les entrelaceurs bloc ont été aussi discutées.

## 4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit un système d'accès multiple basé sur des modulateurs et des entrelaceurs bloc. L'effet des entrelaceurs bloc dans des canaux à multitrajets a été étudié avec la théorie des PCCs. On a montré que le canal équivalent, qui inclut l'influence des entrelaceurs bloc, a un caractère variant dans le temps et peut être écrit sous la forme d'une somme de PCCs.

Une technique d'ajout de zéros a été présentée pour annuler le caractère variant dans le temps de la somme des PCCs. Ainsi, le canal équivalent résultant peut être égalisé avec des techniques classiques d'égalisation. De plus, si les utilisateurs sont quasi-synchrones, on obtient un système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateur.

Le choix des paramètres du système LPTVMA ont été aussi discutés. Les fréquences porteuses dans les modulateurs peuvent être choisies pour avoir un multiplex FDM ou OFDM. Le choix des fréquences porteuses a une influence directe sur le nombre maximal

d'utilisateurs dans le système LPTVMA. Le choix de l'entrelaceur bloc permettant d'annuler le caractère variant dans le temps du canal équivalent et permettant d'avoir de bonnes propriétés d'étalement a été aussi discuté. Le choix de l'entrelaceur bloc pour minimiser l'interférence multi-utilisateur pourrait constituer une direction possible des travaux futures.



# Chapitre 5

## Techniques d'égalisation adaptées au système LPTVMA

Dans le chapitre précédent, nous avons vu comment le caractère variant dans le temps du modèle de canal équivalent pouvait être annulé avec une technique d'ajout de zéros. Dans ce chapitre, nous allons présenter plusieurs techniques d'égalisation adaptées à la forme particulière de la réponse impulsionnelle du canal. Le modèle du canal équivalent à égaliser sera tout d'abord déduit. L'adaptation de l'égaliseur DFE et MLSE pour le canal équivalent et pour le signal émis avec l'ajout de zéros sera ensuite présentée. Finalement, les performances du système LPTVMA avec égalisation par rapport à d'autres systèmes d'accès multiple seront évaluées par simulation.

### 5.1 Modèle du canal équivalent

Pour établir le modèle à temps discret du canal équivalent, on fait les hypothèses suivantes :

- le nombre de colonnes de l'entrelaceur bloc de chaque utilisateur,  $Q$ , est un multiple entier du nombre d'échantillons par symbole,  $N_s$  :  $Q = qN_s$ ,  $q \in \mathbb{N}^*$  ;
- les filtres d'émission et de réception sont choisis tels que

$$\overline{\varphi}(n) * \varphi(n) = \begin{cases} 1 & n = 0, \\ 0 & n = kN_s, k \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

- le nombre des zéros ajoutés à l'émission est suffisant pour annuler le caractère variant dans le temps du canal équivalent.

Ainsi, le signal à l'entrée de l'égaliseur (Fig. 4.1b) s'écrit (4.24)

$$\begin{aligned} y_{\mu}^{(0)}(k) &= \sum_{i=0}^{L_{\mu}} h_i^{(\mu)} e^{-j2\pi f_{\mu} i Q} u_{\mu}^{(0)}(k - iq) + \\ &+ (\zeta_{\mu}(k) e^{-j2\pi f_{\mu} k N_s}) * \overline{\varphi}(k) \end{aligned} \quad (5.1)$$

Donc, le canal équivalent à égaliser du  $\mu$ -ième utilisateur a une réponse impulsionnelle de la forme :

$$h_{\mu}^{(\text{eq})}(k) = \sum_{i=0}^{L_{\mu}} h_i^{(\mu)} e^{-j2\pi f_{\mu} i Q} \delta(k - iq) \quad (5.2)$$

Par rapport au canal initial (4.2) (Fig. 5.1a), le canal équivalent à égaliser (5.2) est un canal avec des trajets espacés de  $q$  symboles (Fig. 5.1b). Dans la littérature scientifique, des canaux avec les trajets uniformément espacés s'appellent "zero-padded channels" [29]. L'espacement des trajets du canal équivalent est déterminé par le nombre de colonnes de l'entrelaceur bloc,  $Q$ . De plus, la présence du modulateur et du démodulateur, fait que les atténuations de chaque trajet,  $h_i^{(\mu)}$ , sont affectées par une rotation de phase  $e^{-j2\pi f_\mu i Q}$ , qui dépend de la fréquence porteuse  $f_\mu$ .

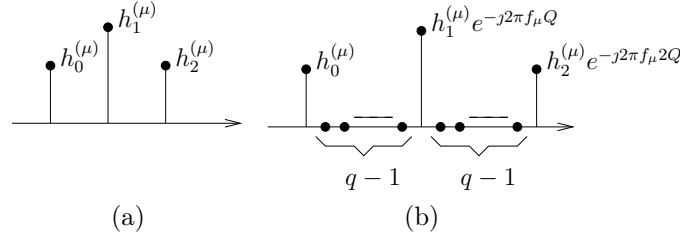


FIG. 5.1: (a) Le canal initial (b) Le canal équivalent

Les techniques d'égalisation doivent être adaptées au canal équivalent avec les trajets espacés (5.1). De plus, le signal à égaliser,  $y_\mu^{(0)}(k)$ , a une structure de trame avec des zéros insérés périodiquement. La connaissance de la position des zéros dans le signal reçu peut être aussi utilisée dans les techniques d'égalisation. Par la suite, plusieurs techniques d'égalisation, adaptées aux conditions spécifiques du système LPTVMA, seront présentées.

## 5.2 Techniques d'égalisation

Pour réaliser l'égalisation dans le système LPTVMA, n'importe quelle technique d'égalisation peut être utilisée : MMSE, DFE, MLSE [15, p. 604], Delayed Decision-Feedback Sequence Estimator (DDFSE) [30], etc. Nous choisissons de présenter, dans un premier temps, l'égaliseur DFE, car cet égaliseur représente un bon compromis entre complexité et performances. Puis, nous présenterons l'égaliseur MLSE, qui a les meilleures performances, mais avec une complexité élevée.

### Egaliseur DFE

L'implémentation d'un égaliseur DFE peut être réalisée en prenant en compte la structure de trame avec des zéros insérés périodiquement dans le signal émis (Fig. 5.2).

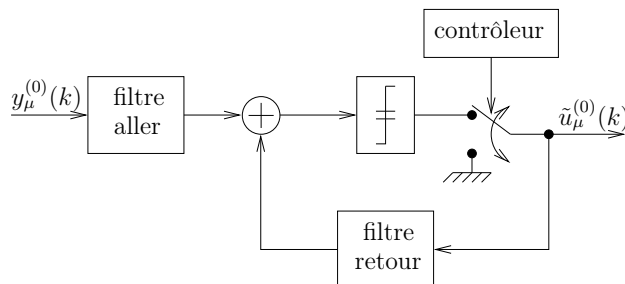


FIG. 5.2: L'égaliseur DFE adapté pour un signal avec ajout périodique de zéros



Dans la boucle de retour de l'égaliseur, la décision est prise uniquement sur les symboles non-nuls. A partir de l'instant où, dans la trame émise, des zéros sont insérés, le contrôleur commute et des zéros sont injectés dans la boucle de retour sans prendre de décision. L'instant de commutation est connu à la réception car la structure des trames avec des zéros insérés périodiquement est connue (Fig. 4.8b). Il est également possible de remplacer les zéros introduits périodiquement par une séquence d'apprentissage pour l'égaliseur DFE.

De plus, le canal équivalent avec les trajets espacés de  $q$  échantillons (5.2) a une influence sur le nombre des coefficients non-nuls des filtres aller et retour dans l'égaliseur DFE. Si les deux filtres sont implémentés en tant que filtres FIR, on peut montrer que les coefficients non-nuls de ces filtres sont séparés par  $q - 1$  coefficients nuls. Avec ce résultat, dans chaque filtre, on peut réduire le nombre de multiplications nécessaires et donc la complexité de l'égaliseur.

## Egaliseur MLSE

Pour les canaux avec les trajets espacés (5.2), l'égaliseur MLSE peut être implémenté d'une manière efficace en utilisant l'algorithme de Viterbi en parallèle sur plusieurs treillis [29] (Fig. 5.3).

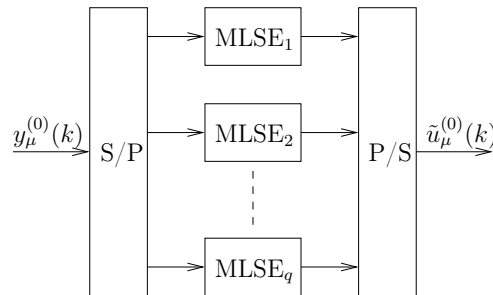


FIG. 5.3: L'algorithme de Viterbi en parallèle sur plusieurs treillis pour des canaux avec trajets espacés

Le signal à l'entrée de l'égaliseur,  $y_\mu^{(0)}(k)$ , est converti série-parallèle en  $q$  flux d'échantillons, où  $q$  est déterminé par le nombre de colonnes de l'entrelaceur bloc  $Q = qN_s$ ,  $N_s$  est le nombre d'échantillons par symbole. Comme les échantillons dans chaque flux sont séparés de  $q$  échantillons par rapport à leur position dans le signal d'entrée, le canal équivalent à égaliser par chaque égaliseur MLSE a une réponse impulsionnelle avec les trajets espacés d'une période symbole. Ainsi, l'égaliseur MLSE, dans chaque branche, peut travailler en parallèle sur le même treillis, avec un nombre d'états beaucoup plus réduit. Par exemple, si le signal à l'entrée de l'égaliseur appartient à une constellation avec trois symboles,  $\{-1, 0, +1\}$ , alors le nombre d'états du treillis utilisé dans chaque branche est  $3^{L_\mu}$  au lieu de  $3^{L_\mu q}$  états. De plus, comme les échantillons dans chaque branche sont reçus  $q$  fois plus lentement que les échantillons du signal d'entrée, la complexité de l'égaliseur MLSE utilisant l'algorithme de Viterbi en parallèle sur plusieurs treillis est réduite d'autant.

Sachant que le signal d'entrée de l'égaliseur,  $y_\mu^{(0)}(k)$ , contient des zéros ajoutés périodiquement, la connaissance de la position des zéros peut être utilisée pour réduire davantage le nombre d'états du treillis utilisé dans chaque branche.

Pour utiliser le même treillis dans toutes les branches, les zéros sont ajoutés à l'émission tels que, après la conversion série-parallèle réalisée à l'entrée de l'égaliseur (Fig. 5.3), le signal reçu ait la même structure de trame dans toutes les branches (Fig. 5.4).

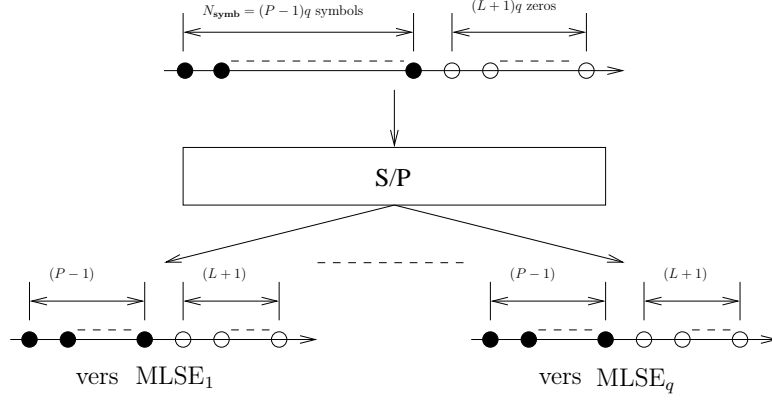


FIG. 5.4: La structure de trame du signal reçu,  $y_\mu^{(0)}(k)$ , avant et après la conversion série-parallèle

A partir de la structure de trame du signal après l'ajout de zéros (Fig. 4.8a), le nombre de symboles non-nuls dans une trame,  $N_{\text{symb}}$ , peut être déduit à partir de la relation :

$$(N_{\text{symb}} - 1) N_s + 1 = (P + L_\mu)Q - (L_\mu Q + L_{\text{sh}}) \quad (5.3)$$

où  $P + L_\mu$  et  $Q$  est le nombre de lignes, respectivement de colonnes de l'entrelaceur bloc du  $\mu$ -ième utilisateur, représenté sous la forme d'une structure matricielle,  $L_\mu$  est l'ordre du canal du  $\mu$ -ième utilisateur,  $L_{\text{sh}}$  est l'ordre du filtre de mise en forme et  $N_s$  est le nombre d'échantillons par symbole. Donc, le nombre des symboles non-nuls dans chaque trame du signal émis est

$$N_{\text{symb}} = Pq + 1 - \frac{L_{\text{sh}} + 1}{N_s} \quad (5.4)$$

où  $Q = qN_s$ .

Pour avoir, dans chaque trame émise, un nombre de symboles multiple entier de  $q$ , l'ordre du filtre de mise en forme  $L_{\text{sh}}$  est choisi tel que la condition suivante soit satisfaite (5.4) :

$$1 - \frac{L_{\text{sh}} + 1}{N_s} = -kq \quad (5.5)$$

où  $k \in \mathbb{N}^*$  est un nombre fixé.

Il est possible de maximiser le nombre des symboles dans une trame émise,  $N_{\text{symb}}$ , (5.4). Cela se fait en choisissant  $k = 1$  dans (5.5). Donc, l'ordre du filtre de mise en forme est

$$L_{\text{sh}} = (1 + q)N_s - 1 \quad (5.6)$$

Dans ce cas, le signal reçu à l'entrée de l'égaliseur,  $y_\mu^{(0)}(k)$ , a une structure de la trame avec  $(P - 1)q$  symboles non-nuls, suivis par  $(L_\mu + 1)q$  zéros. Donc, après la conversion série-parallèle, le signal dans chaque branche a  $P - 1$  symboles non-nuls suivis par  $L_\mu + 1$  zéros dans chaque trame de  $P + L_\mu$  symboles (Fig. 5.4).

Sachant que, dans chaque branche de l'égaliseur basé sur l'algorithme de Viterbi en parallèle (Fig. 5.3), le signal reçu a une structure de trame avec des zéros insérés périodiquement à la fin de chaque trame, l'égaliseur MLSE utilisé dans chaque branche peut utiliser un treillis périodiquement variant dans le temps (Fig. 5.5).

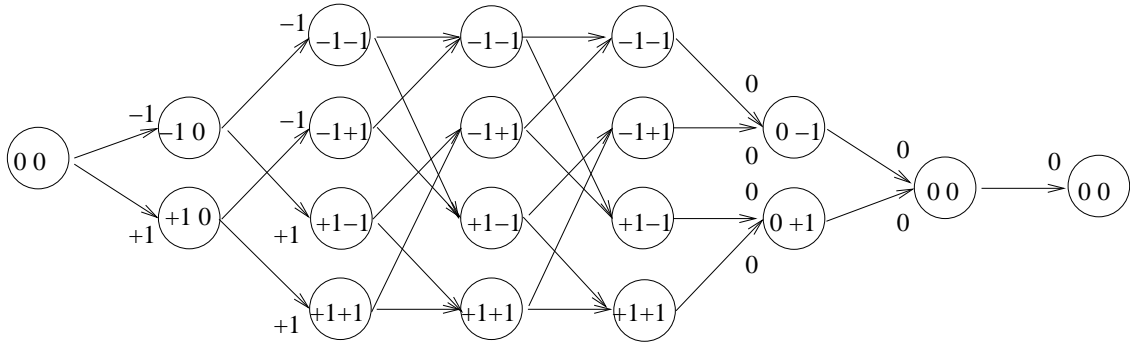


FIG. 5.5: Le treillis périodiquement variant dans le temps (une période) pour un canal d'ordre  $L_\mu = 2$  et pour des symboles d'entrée modulés BPSK

La construction du treillis variant dans le temps est basée sur la connaissance de la position des zéros à la fin de chaque trame d'échantillons. Ainsi, le treillis finit périodiquement dans l'état zéro. Comme la position des zéros dans le signal reçu est connue, le nombre d'états dans le treillis peut être réduit. Pour l'exemple considéré dans la figure 5.5, au lieu d'avoir, à chaque instant, un nombre d'états de  $3^{L_\mu}$ , on a au début de la trame un nombre d'états qui augmente de 1 à  $2^{L_\mu}$  états. Pendant la durée d'une trame, le nombre d'états reste constant et égal à  $2^{L_\mu}$  et, à la fin de la trame, le nombre d'états diminue de  $2^{L_\mu}$  à 1 état. Donc, la complexité de l'égaliseur MLSE utilisé dans chaque branche (Fig. 5.3), complexité introduite par la présence des zéros dans chaque trame reçue, est réduite en diminuant le nombre d'états dans le treillis.

Le gain obtenu par l'utilisation de l'égaliseur MLSE avec l'algorithme de Viterbi en parallèle et basé sur le treillis variant dans le temps est mis en évidence dans le tableau 5.1. Nous avons considéré le cas particulier d'un canal équivalent avec les trajets espacés de  $q = 2$  échantillons et un canal initial d'ordre  $L_\mu = 3$ .

Type égaliseur	MLSE classique	MLSE avec Viterbi en parallèle (3 symboles)	MLSE avec Viterbi en parallèle et treillis réduit
Etats	$3^{L_\mu q}$	$3^{L_\mu}$	$2^{L_\mu}$
Branches sortantes	3	3	2
Complexité (multiplications)	2187	81	16

TAB. 5.1: Tableau récapitulatif pour synthétiser les apports du MLSE avec algorithme de Viterbi en parallèle basé sur le treillis variant dans le temps

Si le nombre d'états du treillis utilisé dans chaque branche est trop grand (l'ordre du canal initial est grand), alors on peut utiliser, à la place d'un égaliseur MLSE, un égaliseur DDFSE, qui représente la combinaison d'un égaliseur DFE et d'un égaliseur MLSE [30].

L'adaptation des égaliseurs DFE et MLSE pour le canal équivalent avec les trajets espacés et pour le signal avec des zéros introduits périodiquement a été présentée. Dans la suite, les performances du système LPTVMA avec égalisation seront comparées avec les performances d'autres systèmes d'accès multiple.

### 5.3 Performances du système LPTVMA

Nous allons ici évaluer les performances du système LPTVMA avec les égaliseurs présentés ci-dessus. Deux configurations du système seront considérées : asynchrone et quasi-synchrone. Dans un contexte asynchrone, l'interférence multi-utilisateur sera évaluée par rapport au système DS-CDMA, car les deux systèmes sont des systèmes à spectre étalé. Dans un contexte quasi-synchrone, les comparaisons seront menées par rapport au système CIBS-CDMA et MC-CDMA, parce que, dans tous ces systèmes, une redondance est introduite pour atténuer l'effet du canal à multitrajets.

Afin d'évaluer les performances du système LPTVMA, on utilise le modèle à temps discret présenté dans la figure 4.1a. Les paramètres utilisés dans les simulations sont synthétisés dans le tableau 5.2.

Paramètre	Valeur
Modulation des symboles	QPSK
Nombre d'échantillons par symbole	$N_s = 16$
Filtre de mise en forme	Filtre en racine de cosinus surélevé (coefficient d'arrondi $\alpha = 0.5$ ) ou filtre rectangulaire
L'ordre du filtre de mise en forme (supposé un filtre FIR)	$L_{sh} = 95$ (filtre en racine de cosinus surélevé) $L_{sh} = N_s = 16$ (filtre rectangulaire)
Type du multiplex	FDM ou OFDM
Canal à multitrajets (différent pour chaque utilisateur)	La version échantillonnée ( $f_e = 3.84$ MHz) du canal urbain typique des systèmes de troisième génération [14]
L'ordre du canal à multitrajets	$L = 8$
Nombre de réalisations du canal	100
Entrelaceur bloc	Entrelaceur matriciel ( $P + L = 33$ lignes et $Q = 80$ colonnes)
Egaliseur	DFE
L'ordre des filtres FIR de l'égaliseur DFE	$L_{ff} = L_{fb} = 80$
Nombre maximal d'utilisateurs	$M_{max} = 10$ (FDM) $M_{max} = 15$ (OFDM)

TAB. 5.2: Les paramètres du système LPTVMA

Les symboles d'entrée,  $u_m(n)$ , appartiennent à la constellation QPSK. Après sur-échantillonnage et l'ajout périodique des zéros, les voies en phase et en quadrature sont filtrées par le même filtre FIR de mise en forme d'ordre  $L_{sh}$ . Si l'on veut que les supports spectraux des signaux des utilisateurs soient disjoints (multiplex FDM),

on choisit alors un filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé. Lorsque les supports spectraux se chevauchent (multiplex OFDM), alors le filtre de mise en forme est un filtre rectangulaire. L'entrelaceur bloc utilisé est un entrelaceur matriciel avec  $P + L$  lignes et  $Q$  colonnes, le même pour tous les utilisateurs, où  $L$  est l'ordre du canal de propagation.

Nous utilisons des canaux de propagation à multitrajets aléatoires [14], différents pour chaque utilisateur (liaison montante). Les canaux sont supposés slow fading, constants pour toute la durée de la transmission. Plusieurs réalisations des canaux de chaque utilisateur sont utilisées et les performances (exprimées en BER) sont moyennées sur toutes les réalisations. L'ordre du canal,  $L$ , est le même pour tous les utilisateurs (voir section 4.2.2).

A la réception, l'égaliseur utilisé peut être un DFE, pour avoir un bon rapport performances-complexité. Pour avoir des meilleures performances, on peut utiliser un DDFSE, car l'ordre du canal,  $L$ , est trop élevé pour pouvoir utiliser un égaliseur MLSE.

Des comparaisons ont été menées avec d'autres systèmes d'accès multiple : DS-CDMA, CIBS-CDMA et MC-CDMA. Plusieurs configurations du système d'accès multiple LPTVMA ont été considérées.

## Canal idéal, utilisateurs asynchrones

Nous avons vu dans le chapitre 4 que, si les utilisateurs sont asynchrones, alors, dans le système proposé, il y a une interférence multi-utilisateur (4.22). L'évaluation analytique de l'interférence multi-utilisateur est complexe, c'est pourquoi nous avons choisi d'évaluer par simulation l'influence des autres utilisateurs dans un contexte asynchrone.

Dans un premier temps, le canal de propagation est considéré idéal, sans multitrajets, le signal reçu étant affecté seulement par un bruit gaussien additif. Les utilisateurs ont des retards relatifs aléatoires et le récepteur est supposé parfaitement synchronisé sur le signal de l'utilisateur d'intérêt.

Les utilisateurs dans le système LPTVMA ont des retards uniformément répartis dans l'ensemble  $\{0, 1, \dots, N - 1\}$ , où  $N = (P + L)Q$  est la période de l'entrelaceur matriciel. Le système LPTVMA a été comparé avec le système DS-CDMA, car, dans les deux systèmes d'accès multiple, le signal émis par chaque utilisateur est un signal à spectre étalé.

Le modèle à temps discret utilisé pour le système DS-CDMA est représenté dans la figure 3.1a et les paramètres de simulation dans le tableau 5.3. Dans le système DS-CDMA, les retards relatifs des utilisateurs sont uniformément répartis dans l'ensemble  $\{0, 1, \dots, G_{\text{scr}} - 1\}$ , où  $G_{\text{scr}}$  est la période du scrambling code.

Paramètre	Valeur
Modulation des symboles	QPSK
Channelisation code	Séquence de Walsh-Hadamard $G_p = 16$
Scrambling code	Séquence complexe [31] $G_{\text{scr}} = 38400$
Nombre de réalisations de chaque canal	100
Nombre maximal d'utilisateurs	$M_{\text{max}} = 16$

TAB. 5.3: Les paramètres du système DS-CDMA

Les performances du système LPTVMA et DS-CDMA en fonction du nombre d'utilisateurs et pour un rapport signal à bruit fixé ont été représentées dans la figure 5.6. Le

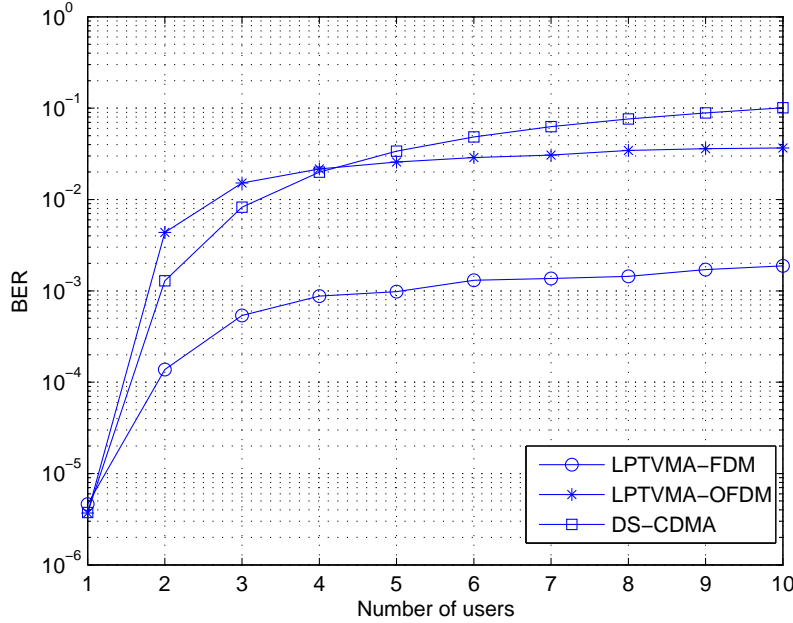


FIG. 5.6: Les performances du système LPTVMA et DS-CDMA dans un canal idéal et avec utilisateurs asynchrones pour un rapport signal à bruit  $\frac{E_b}{N_0} = 10$  dB

système LPTVMA avec multiplex FDM a une interférence multi-utilisateur beaucoup plus faible que le système DS-CDMA, d'où l'intérêt de son utilisation. Pour le système LPTVMA avec multiplex OFDM, l'interférence multi-utilisateur est aussi plus faible que pour le système DS-CDMA si le nombre d'utilisateurs est suffisamment élevé. Dans le système LPTVMA, l'interférence multi-utilisateur dépend uniquement des utilisateurs situés dans les bandes adjacentes et reste presque constante quand le nombre d'utilisateurs augmente (voir aussi chapitre 6). Dans la figure 5.6, si le nombre d'utilisateurs  $M$  est supérieur à 3,  $M > 3$ , les performances varient moins vite avec le nombre d'utilisateurs, que dans le système DS-CDMA.

## Canal à multitrajets, utilisateurs asynchrones

On se place dans les mêmes conditions que précédemment, mais avec des canaux à multitrajets, différents pour chaque utilisateur. Les comparaisons sont menées par rapport au système DS-CDMA. Le récepteur utilisé dans le système DS-CDMA est un récepteur Rake avec 4 branches. Dans les deux systèmes d'accès multiple, les utilisateurs sont asynchrones, avec des retards relatifs aléatoires. La synchronisation pour l'utilisateur d'intérêt est supposée parfaite.

Les performances du système LPTVMA et DS-CDMA en fonction du rapport signal à bruit et pour un nombre d'utilisateurs fixé sont représentées dans la figure 5.7. Les performances du système LPTVMA avec égalisation sont limitées par l'interférence multi-utilisateur. Les meilleures performances sont obtenues pour le système LPTVMA avec multiplex FDM, car, dans ce cas, l'interférence multi-utilisateur est la plus faible. L'interférence multi-utilisateur peut être réduite davantage en augmentant

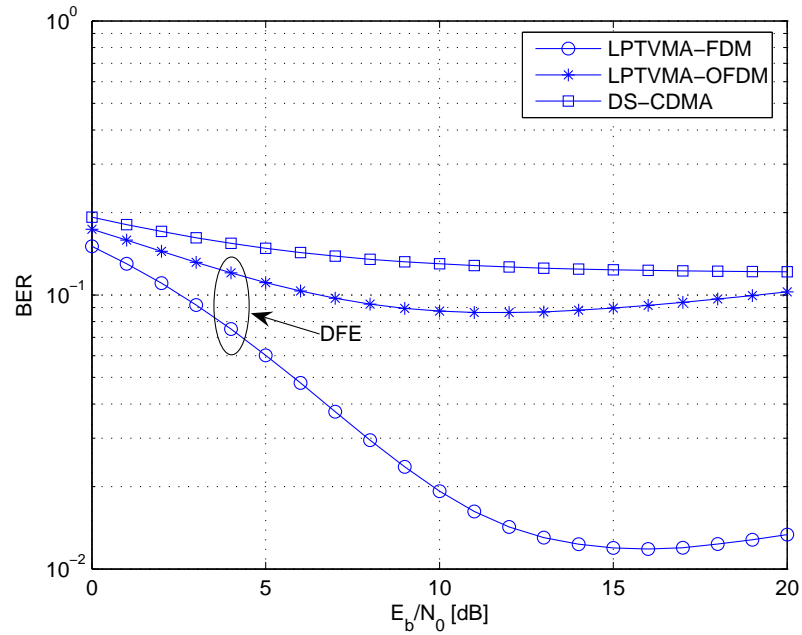


FIG. 5.7: Les performances du système LPTVMA et DS-CDMA dans un canal à multitrajets et avec 10 utilisateurs asynchrones

l'espaceur fréquentiel entre les utilisateurs, mais le nombre maximal d'utilisateurs sera diminué.

### Canal à multitrajets, utilisateurs quasi-synchrones

Dans cette configuration, on considère que les utilisateurs sont quasi-synchrones et partagent le même ordre du canal. Les retards relatifs des utilisateurs sont nuls et seulement des canaux à multitrajets sont utilisés. Les comparaisons sont menées ici par rapport aux systèmes d'accès multiple CIBS-CDMA et MC-CDMA, car, dans ces systèmes la condition de quasi-synchronisme, est imposée pour tous les utilisateurs pour pouvoir introduire une redondance et atténuer ainsi l'effet du canal.

Paramètre	Valeur
Modulation des symboles	QPSK
Nombre d'échantillons par symbole	$N_s = 16$
Séquence d'étalement	Séquence de Walsh-Hadamard $G_p = 16$
Entrelaceur matriciel	$P = 157$ lignes et $Q = 16$ colonnes
Canal à multitrajets	Canal urbain typique [14]
L'ordre du canal à multitrajets	$L = 8$
Nombre de réalisations du canal	100
Egaliseur	DFE
Nombre maximal d'utilisateurs	$M_{\max} = 16$

TAB. 5.4: Les paramètres du système CIBS-CDMA

Le modèle pour le système CIBS-CDMA est présenté dans la figure 3.2a et les paramètres de simulation dans le tableau 5.4.

Le modèle du système MC-CDMA est représenté dans la figure 3.3a et les paramètres de simulation dans le tableau 5.5. Dans le cadre de ce système, tous les utilisateurs sont affectés par le même canal (liaison descendante), afin de se placer dans le cas le plus favorable pour le système MC-CDMA.

Parametre	Valeur
Modulation des symboles	QPSK
Nombre de flux de symboles en parallèle	$P = 8$
Séquence d'étalement	Séquence de Walsh-Hadamard $G_p = 16$
Canal à multitrajets	Canal urbain typique [14]
L'ordre du canal à multitrajets	$L = 8$
Nombre de réalisations du canal	100
Egaliseur	MMSE
Nombre maximal d'utilisateurs	$M_{\max} = 16$

TAB. 5.5: Les paramètres du système MC-CDMA

Les résultats de simulations sont présentés dans la figure 5.8. Ainsi, les systèmes

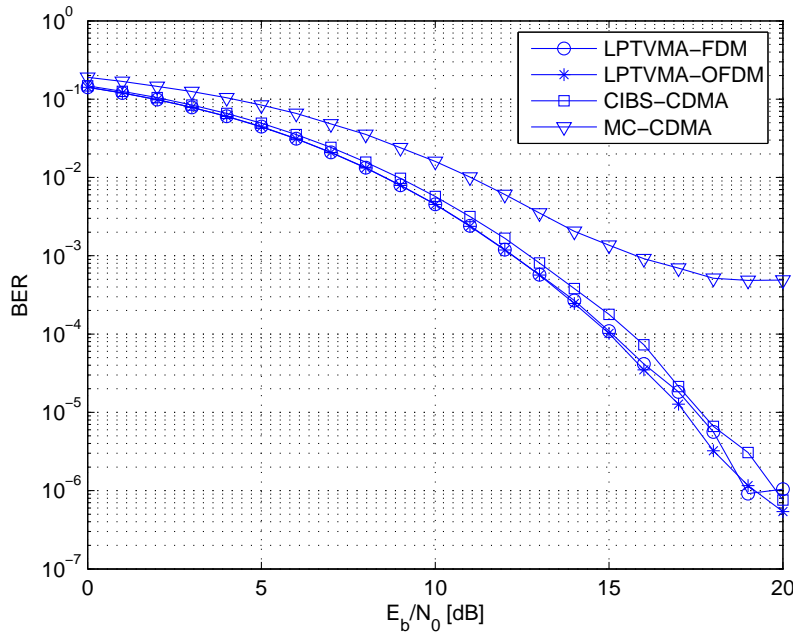


FIG. 5.8: Les performances du système LPTVMA, CIBS-CDMA et MC-CDMA dans un canal à multitrajets et avec nombre maximal d'utilisateurs quasi-synchrones

LPTVMA et CIBS-CDMA ont presque les mêmes performances, car, dans ce cas, l'interférence multi-utilisateur est nulle. La différence des performances entre les deux systèmes est déterminée par le fait que les canaux égalisés sont différents. Les performances du système MC-CDMA sont inférieures aux systèmes LPTVMA et CIBS-CDMA, car la propagation sur des trajets différents détruit partiellement l'orthogonalité des séquences de Walsh-Hadamard. Mais, dans le système MC-CDMA, l'égalisation



est beaucoup plus simple que pour les systèmes LPTVMA et CIBS-CDMA. Le nombre maximal d'utilisateurs dans tous les trois systèmes est quasiment le même si, dans le système LPTVMA, on utilise un multiplex OFDM.

L'avantage du système LPTVMA est le fait qu'il peut être utilisé dans un contexte asynchrone ou synchrone, les systèmes CIBS-CDMA et MC-CDMA étant plutôt utilisés dans un contexte quasi-synchrones pour avoir des bonnes performances.

Nous avons ainsi évalué les performances du système LPTVMA dans différentes configurations par rapport à plusieurs systèmes d'accès multiple. On a montré par simulation que l'interférence multi-utilisateur est plus faible que dans un système DS-CDMA. Dans des canaux à multitrajets et avec utilisateurs asynchrones, on peut utiliser un égaliseur, adapté aux conditions spécifiques de notre système, mais les performances sont limitées par l'interférence multi-utilisateur. L'interférence multi-utilisateur dans le système LPTVMA peut être complètement éliminée lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones.

## 5.4 Conclusion

Nous avons présenté, dans ce chapitre, plusieurs techniques d'égalisation adaptées au système LPTVMA. Ces techniques d'égalisation (DFE, MLSE) ont été adaptées pour des canaux à trajets espacés. La structure de trame du signal émis, avec des zéros insérés périodiquement, a été aussi utilisée pour réduire davantage la complexité de ces égaliseurs.

Les performances du système LPTVMA ont été évaluées par rapport à d'autres systèmes d'accès multiple. Nous avons montré, par simulation, que le système proposé, avec utilisateurs asynchrones, a une interférence multi-utilisateur beaucoup plus faible que dans le système DS-CDMA. Avec des utilisateurs quasi-synchrones, l'interférence multi-utilisateur est complètement éliminée. Dans le système LPTVMA, on peut utiliser des techniques d'égalisation dans un contexte asynchrone ou quasi-synchrone. Ceci constitue l'avantage principal du système d'accès multiple proposé par rapport à un autre système d'accès multiple similaire, CIBS-CDMA [21], qui ne fonctionne qu'avec des utilisateurs quasi-synchrones.

Dans le chapitre suivant, le fait d'avoir une interférence multi-utilisateur faible dans un contexte asynchrone sera expliqué en utilisant la variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission. A partir la variation de la puissance reçue, une technique de synchronisation sera développée.



# Chapitre 6

## Technique de synchronisation pour le système LPTVMA

Dans les chapitres précédents, la synchronisation dans le système LPTVMA était considérée parfaite. Ici, on va voir comment cela peut être réalisée. Notre point de départ sera une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc. Pour faire la synchronisation, on va se fonder sur la courbe de la puissance reçue en fonction du retard de transmission. Tout d'abord, une expression théorique pour la puissance reçue sera déduite. Basé sur ce résultat, nous allons montrer comment on peut réaliser la synchronisation en deux étapes : acquisition et poursuite.

### 6.1 Puissance du signal reçu en fonction du retard de transmission

Nous considérons une chaîne de transmission mono-utilisateur avec modulateurs et entrelaceurs bloc (Fig. 6.1). Le signal d'entrée,  $u(n)$ , est un signal suréchantillonné,

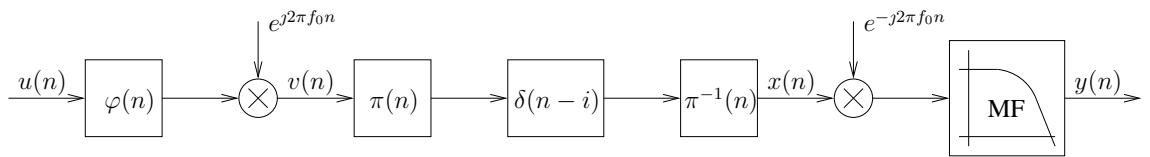


FIG. 6.1: Chaîne de transmission avec modulateurs et entrelaceurs bloc

filtré par un filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle  $\varphi(n)$ . Le signal filtré est modulé avec une fréquence porteuse quelconque  $f_0$  (normalisée par rapport à la fréquence d'échantillonnage). Le signal modulé,  $v(n)$ , est permuté par un entrelaceur bloc caractérisé par la permutation  $\pi(n)$ . Le signal passe ensuite à travers un canal de propagation modélisé sous la forme d'un seul retard  $i \in \mathbb{Z}$ . A la réception, le signal est permuté de nouveau par l'entrelaceur bloc inverse ( $\pi^{-1}(n)$ ), démodulé et filtré par le filtre de réception.

Dans le cas d'un canal idéal, de réponse impulsionnelle  $\delta(n)$ , le signal d'entrée  $u(n)$  est récupéré parfaitement à la réception :

$$y(n) = \bar{\varphi}(n) * \varphi(n) * u(n) \quad (6.1)$$

où  $\bar{\varphi}(n)$  est la réponse impulsionnelle du filtre de réception.

Dans le cas d'un canal à multitrajets, une technique de synchronisation doit être employée pour synchroniser l'entrelaceur bloc de réception avec l'entrelaceur d'émission sur le trajet le plus puissant. La technique d'ajout de zéros peut être ensuite utilisée pour pouvoir utiliser des techniques classiques d'égalisation (voir section 4.2).

Nous proposons une technique de synchronisation basée sur le principe de la boucle d'avance-retard utilisée dans les systèmes DS-CDMA [15, p. 790], où la corrélation des séquences d'étalement est remplacée par l'application de l'entrelaceur bloc inverse avec un retard différent par rapport à l'entrelaceur bloc d'émission. Notre approche est justifiée par le fait que le rôle de l'entrelaceur bloc d'émission est d'étaler le signal émis d'une manière similaire à l'étalement réalisé par les séquences pseudoaléatoires dans les systèmes DS-CDMA.

Tout d'abord, nous allons chercher une expression théorique pour la puissance du signal reçu,  $y(n)$ , en fonction du retard de transmission  $i$ . Pour déterminer la puissance reçue en fonction du retard de transmission, nous allons utiliser la théorie des filtres LPTV.

Dans la chaîne de transmission (Fig. 6.1), on considère l'entrelaceur bloc d'émission, le retard de transmission  $i$  et l'entrelaceur de réception comme un PCC équivalent :

$$x(n) = v(n - f_i(n)) \quad (6.2)$$

où  $f_i(n)$  est la fonction du PCC équivalent

$$f_i(n) = \underline{n}_N - \pi^{-1}(\underline{n}_N) + i + \frac{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i}{N} - \pi \left( \frac{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i}{N} \right) \quad (6.3)$$

et  $N$  est la période de l'entrelaceur bloc.

En utilisant la structure équivalente avec filtres modulateurs (Fig. 1.4), la densité spectrale de puissance du signal reçu après l'entrelaceur de réception,  $S_X^{(i)}(e^{j\omega})$ , s'écrit (1.34)

$$S_X^{(i)}(e^{j\omega}) = \sum_{r=0}^{N-1} |T_r^{(i)}(e^{j\omega})|^2 S_V \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \quad (6.4)$$

où

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} W_N^{p(l-f_i(l))} e^{-j\omega f_i(l)} \quad (6.5)$$

est la fonction de transfert du filtre modulateur et  $S_V(e^{j\omega})$  est la densité spectrale de puissance du signal modulé  $v(n)$ .

Avec ce résultat, on montre que la densité spectrale de puissance du signal à la sortie de la chaîne,  $S_Y^{(i)}(e^{j\omega})$ , s'écrit en fonction du signal à l'entrée de la chaîne,  $S_U(e^{j\omega})$ , sous la forme :

$$S_Y^{(i)}(e^{j\omega}) = |\overline{\Omega}(e^{j\omega})|^2 \sum_{r=0}^{N-1} \left| T_r^{(i)}(e^{j(\omega + 2\pi f_0)}) \Omega \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \right|^2 S_U \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \quad (6.6)$$

où  $\Omega(e^{j\omega})$  et  $\overline{\Omega}(e^{j\omega})$  sont les fonctions de transfert des filtres d'émission, respectivement de réception.

Afin de simplifier l'expression théorique de la puissance reçue, on fait les hypothèses suivantes :

- a) la bande des filtres d'émission et de réception, normalisée à la fréquence d'échantillonnage, est choisie telle que :

$$B = \frac{\nu}{N} \quad (6.7)$$

où  $\nu \in \mathbb{N}^*$  est un nombre fixé et  $N$  est la période de l'entrelaceur bloc ;

- b) la densité spectrale de puissance du signal d'entrée de la chaîne,  $S_U(e^{j\omega})$ , est constante dans la bande des filtres d'émission et de réception :

$$S_U(e^{j\omega}) = S_U \quad \forall \omega \in \left\{ -\frac{\nu\pi}{N}, \frac{\nu\pi}{N} \right\} \quad (6.8)$$

Alors, avec (6.6), la puissance du signal reçu,  $P_Y(i)$ , s'écrit en fonction du retard de transmission  $i$  :

$$P_Y(i) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} S_Y^{(i)}(e^{j\omega}) d\omega \quad (6.9)$$

$$= \frac{S_U}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\bar{\Omega}(e^{j\omega})|^2 \sum_{r=-\nu}^{\nu} \left| T_r^{(i)}(e^{j(\omega+2\pi f_0)}) \Omega \left( e^{j(\omega-\frac{2\pi r}{N})} \right) \right|^2 d\omega \quad (6.10)$$

Pour obtenir (6.10) nous avons changé dans (6.6) la somme de 0 à  $N-1$  sur un autre ensemble de longueur  $N$  centré autour de 0. Ceci est possible grâce à la périodicité de la fonction de transfert du filtre modulateur  $T_r^{(i)}(e^{j\omega})$  (6.5) par rapport à  $r$  :  $T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = T_{r+N}^{(i)}(e^{j\omega})$ . Sachant que les filtres d'émission et de réception ont des fonctions de transfert,  $\Omega(e^{j\omega})$ , respectivement  $\bar{\Omega}(e^{j\omega})$ , de support fréquentiel fini  $(-B, B)$ , où  $B = \frac{\nu}{N}$ , on peut réduire l'intervalle de sommation entre  $-\nu$  et  $\nu$ .

De plus, en utilisant (6.5), on peut montrer que la puissance reçue (6.10) est périodique par rapport à  $i$  de période  $N$  :

$$P_Y(i) = P_Y(i + N) \quad (6.11)$$

Dans le cas le plus général, l'équation (6.10) est très compliquée, mais pour des entrelaceurs bloc particuliers on peut obtenir des expressions simplifiées.

## Entrelaceur matriciel

Pour un entrelaceur matriciel quelconque, la variation de la puissance reçue normalisée,  $\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)}$ , en fonction du retard  $i$ , peut être approximée par l'expression suivante :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} \approx -\frac{2}{N} \left( 1 - \frac{1}{Q} \right) |i| + 1 \quad (6.12)$$

où  $i \in \{-P, -P+1, \dots, P\}$ . Pour la démonstration de cette relation voir l'annexe H.

Par exemple, dans le cas d'un entrelaceur matriciel (1.20), la variation de la puissance reçue normalisée  $\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)}$  en fonction du retard de transmission  $i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  est représentée dans la figure 6.2a. Pour obtenir la figure 6.2a, on a simulé la chaîne de la figure 6.1 en ayant à l'entrée des symboles QPSK suréchantillonnés, avec  $N_s = 16$  échantillons par symbole, un filtre de mise en forme en racine de cosinus surélevé ( $\alpha = 0.5$ ) et un entrelaceur matriciel avec  $P = 25$  lignes et  $Q = 80$  colonnes.

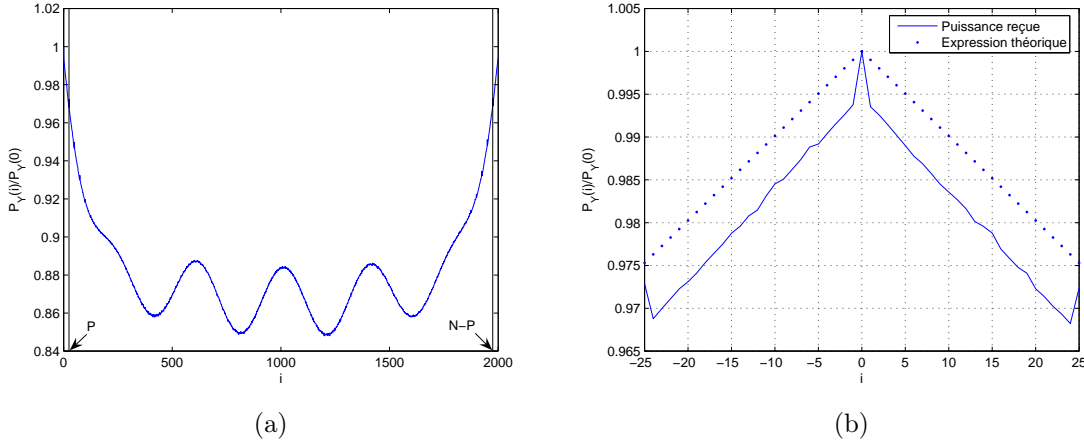


FIG. 6.2: La variation de la puissance reçue normalisée  $P_Y(i)/P_Y(0)$  dans le cas de l'entrelaceur matriciel et pour un retard de transmission : (a)  $i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ ; (b)  $i \in \{-P, -P+1, \dots, P\}$

D'après la figure 6.2a, la puissance reçue a une variation presque linéaire pour  $i \in \{0, 1, \dots, P\}$  et  $i \in \{N-P, N-P+1, \dots, N-1\}$ . Ainsi, la boucle d'avance-retard dans le système DS-CDMA, basée sur la variation de la fonction d'autocorrélation en fonction du retard de transmission [15, p. 790], peut être adaptée pour utiliser la variation de la puissance reçue à la place de cette fonction d'autocorrélation.

Dans la figure 6.2b, nous avons comparé la puissance reçue, obtenue par simulation, avec l'expression théorique donnée par (6.12). Nous avons une bonne concordance entre la pente de l'expression théorique et la variation réelle de la puissance. La pente de l'expression théorique sera utilisée dans la section suivante pour obtenir un estimateur pour le retard de transmission.

## Entrelaceur circulaire

Un résultat similaire peut être établi lorsque, dans la chaîne de transmission (Fig. 6.1), on utilise un entrelaceur circulaire (1.22) (Fig. 6.3a et 6.3b). Dans ce cas, la puissance reçue peut être approximée par l'expression :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} \approx \frac{2}{N^2}(1-Q)(N+P-PQ)|i| + 1 \quad (6.13)$$

$\forall i \in \{-P+1, -P+2, \dots, P-1\}$ ,  $N = (P-1)Q + R$ ,  $0 < R < Q$ ,  $\gcd(N, Q) = 1$ ,  $N$  est la période de l'entrelaceur circulaire. Pour la démonstration de la relation (6.13) voir l'annexe I.

Des développements similaires peuvent être utilisés pour d'autres entrelaceurs bloc. Tout d'abord, on cherche par simulation les entrelaceurs bloc tels que la puissance reçue ait une variation linéaire pour un retard de transmission suffisamment petit et ensuite une expression théorique pour la puissance reçue peut être déduite. Cette expression théorique peut être utilisée ensuite pour obtenir un estimateur du retard de transmission possible à utiliser dans une technique de synchronisation.

A partir des figures 6.2a et 6.3a on voit que plus de 85% pour l'entrelaceur matriciel, respectivement 50% pour l'entrelaceur circulaire, de la puissance reçue reste dans la

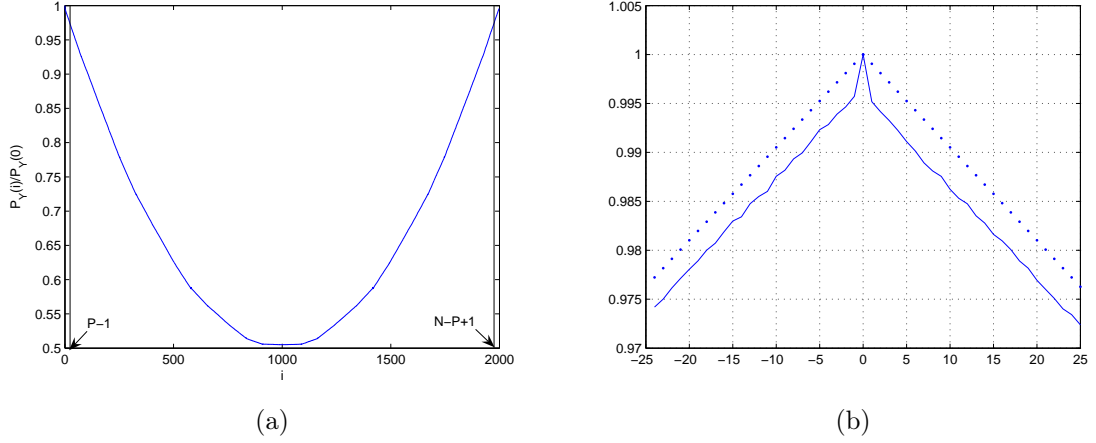


FIG. 6.3: La variation de la puissance reçue normalisée  $P_Y(i)/P_Y(0)$  dans le cas de l'entrelaceur circulaire ( $N = 1999$  et  $Q = 80$ ) et pour un retard de transmission : (a)  $i \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$ ; (b)  $i \in \{-P + 1, -P + 1, \dots, P - 1\}$

bande du signal émis. Cela explique la faible interférence multi-utilisateur dans le système LPTVMA. De ce point de vue, entre les deux entrelaceurs considérés, le meilleur choix est l'entrelaceur matriciel, car, dans ce cas, la puissance résiduelle dans les bandes adjacentes est la plus petite.

Nous avons ainsi déduit une expression théorique pour la puissance reçue en fonction du retard de transmission. Nous avons considéré deux entrelaceurs bloc : l'entrelaceur matriciel et l'entrelaceur circulaire. Basé sur la variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission, nous avons expliqué la faible interférence multi-utilisateur dans le système LPTVMA. L'expression théorique de la puissance reçue sera utilisée, par la suite, dans le cadre d'une boucle d'avance-retard pour synchroniser les entrelaceurs bloc d'émission et de réception.

## 6.2 Technique de synchronisation basée sur une boucle d'avance-retard

Nous allons, dans la suite, proposer une technique de synchronisation pour la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc (Fig. 6.1). Notre approche est similaire avec la technique de synchronisation utilisée dans les systèmes DS-CDMA [15, p. 786] et comprend deux étapes : l'acquisition et la poursuite.

### Acquisition

L'étape d'acquisition est réalisée au début de la transmission dans le but de réduire le retard de transmission dans un ensemble connu  $i \in \{-D/2, -D/2 + 1, \dots, D/2\}$ , où  $D$  est un nombre fixé qui sera spécifié dans la suite. Cette opération peut être réalisée par exemple avec la méthode du corrélateur glissant [15, p. 786].

Pour pouvoir utiliser la méthode du corrélateur glissant, l'entrelaceur bloc d'émission doit être choisi tel que la puissance reçue  $P_Y(i)$  (6.10) a des valeurs plus grandes

pour  $i \in \{-D/2, -D/2 + 1, \dots, D/2\}$  qu'à l'extérieur de cet intervalle :

$$P_Y(i) > P_Y(j) \quad \forall |i| \leq D/2 \text{ et } D/2 < |j| \leq N/2 \quad (6.14)$$

Les entrelaceurs matriciel et circulaire satisfont cette condition (Fig. 6.2a et 6.3a).

Dans le cadre de notre système, le corrélateur glissant est remplacé par l'entrelaceur bloc de réception, qui est appliqué sur le signal reçu avec des retards successifs, multiples de  $D$ . La procédure d'acquisition s'arrête lorsque la puissance reçue est supérieure à un seuil. Nous trouvons ainsi l'intervalle correspondant à la variation linéaire de la puissance reçue (6.12) et (6.13). Cela permet de passer à la prochaine étape : l'étape de poursuite.

## Poursuite

L'étape de poursuite est réalisée ensuite pour pouvoir estimer avec précision le retard de transmission,  $i$ , et pour maintenir la synchronisation durant toute la durée de la transmission [15, p. 789]. L'étape de poursuite peut être implémentée avec une boucle d'avance-retard [15, p. 790] (Fig. 6.4). Les entrelaceurs de réception dans les

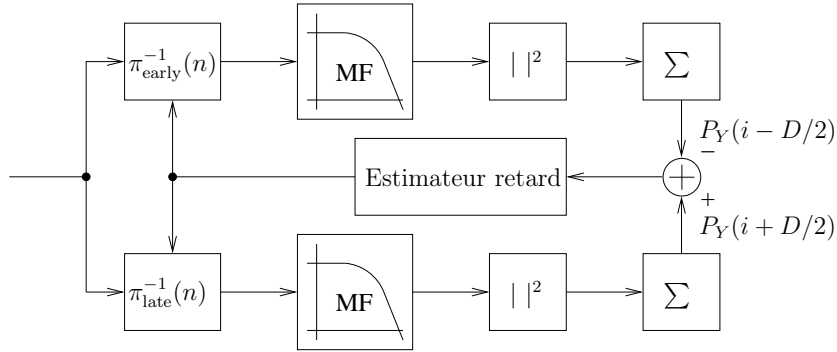


FIG. 6.4: Boucle d'avance retard avec entrelaceurs bloc

deux branches,  $\pi_{\text{early}}^{-1}(n)$  et  $\pi_{\text{late}}^{-1}(n)$ , sont retardés l'un par rapport à l'autre avec  $D$  échantillons. Après les entrelaceurs de réception et le filtrage adapté, une estimation de la puissance reçue est réalisée. En utilisant ensuite l'estimateur du retard basé sur la différence entre les puissances des signaux reçus dans les deux branches, on peut approximer le retard du signal reçu.

Pour pouvoir construire l'estimateur du retard, la puissance reçue doit avoir une variation presque linéaire pour un retard dans l'ensemble  $\{-D, -D + 1, \dots, D\}$  :

$$P_Y(i) = a|i| + b \quad (6.15)$$

$\forall i \in \{-D, -D + 1, \dots, D\}$ ,  $a < 0$  et  $b > 0$ .

Avec cette propriété, un estimateur du retard de transmission peut être obtenu seulement en utilisant le signe de la différence entre les puissances du signal reçu dans les deux branches de la boucle d'avance-retard (Fig. 6.4). Une meilleure approche serait d'utiliser un estimateur du retard qui permette d'approximer directement le retard du signal reçu. Ainsi, sachant que la puissance reçue a une variation linéaire (6.15), l'estimateur du retard possible à utiliser dans la boucle d'avance-retard est

$$\tilde{i} = \frac{P_Y(i + D/2) - P_Y(i - D/2)}{2a} \quad (6.16)$$



où  $P_Y(i - D/2)$  et  $P_Y(i + D/2)$  sont les puissances estimées dans la branches d'avance (early), respectivement de retard (late). La constante  $a$  dépend des paramètres de l'entrelaceur bloc utilisé dans la chaîne de transmission (Fig. 6.1). Pour un entrelaceur matriciel, la constante  $a$  a l'expression (6.12) :

$$a = -\frac{2}{N} \left( 1 - \frac{1}{Q} \right) \quad (6.17)$$

et pour un entrelaceur circulaire (6.13) :

$$a = \frac{2}{N^2} (1 - Q)(N + P - PQ) \quad (6.18)$$

Ainsi, l'estimateur du retard de transmission est complètement spécifié et donc la boucle d'avance-retard peut être utilisée dans le cadre d'une technique de synchronisation pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc.

## 6.3 Conclusion

Nous avons présenté, dans ce chapitre, une technique de synchronisation pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc. Cette technique de synchronisation est basée sur la variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission. Nous avons montré comment une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc peut être synchronisée en deux étapes : acquisition et poursuite. Une condition nécessaire pour que la chaîne de transmission puisse être synchronisée avec cette technique est que la puissance reçue ait une variation monotone pour un retard de transmission suffisamment petit. Les entrelaceurs matriciel et circulaire satisfont cette condition.

La variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission a été aussi utilisée pour expliquer la faible interférence multi-utilisateur dans le système LPTVMA. L'entrelaceur matriciel assure la plus faible perte de puissance dans les bandes adjacentes et donc est plus approprié que l'entrelaceur circulaire afin d'être utilisé dans un système multi-utilisateurs asynchrones.

La technique de synchronisation présentée dans cette thèse doit être développée davantage pour pouvoir montrer sa faisabilité dans un canal à multitrajets. De plus, le comportement de cette technique en présence d'interférence multi-utilisateur doit être aussi étudiée.



## Troisième partie

### Accès multiple avec permutations aléatoires



## Chapitre 7

# Présentation du système d'accès multiple basé sur des permutations aléatoires

Dans la deuxième partie de cette thèse nous avons étudié un système d'accès multiple avec modulateurs et entrelaceurs bloc. Les entrelaceurs bloc utilisés étaient des entrelaceurs déterministes (entrelaceurs matriciels ou circulaires) permettant d'obtenir un étalement spectral et l'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent. Dans cette partie de la thèse un autre système d'accès multiple avec entrelaceurs bloc est étudié. La différence par rapport au système d'accès multiple étudié précédemment est donnée par le fait que des entrelaceurs aléatoires sont utilisés pour obtenir l'orthogonalité des utilisateurs et l'étalement spectral. L'utilisation des entrelaceurs aléatoires rend plus faisable l'implémentation des algorithmes itératifs de réception dans un contexte mono ou multi-utilisateur.

Un système d'accès multiple basé sur des permutations aléatoires a été proposé dans [12, 8]. Des signaux avec une mise en forme Non Return to Zero (NRZ) ou biphasé, échantillonnés avec plusieurs échantillons par symbole, étaient permutés par permutations aléatoires. Les permutations étaient différentes d'un utilisateur à l'autre et permettaient d'obtenir l'orthogonalité des utilisateurs. Plus récemment, des techniques de détection multi-utilisateur ont été adaptées pour ce système [32, 33].

Presque en parallèle avec les auteurs de [12], un système d'accès multiple similaire a été proposé par [34]. Les auteurs de [34] l'ont appelé système Interleave Division Multiple Access (IDMA). Les techniques de réception proposées sont basées sur la détection multi-utilisateur turbo. Les principes des codes turbo concaténés en parallèle [35] sont appliqués dans le cadre d'un algorithme itératif de réception. Ainsi, de très bonnes performances peuvent être obtenues au prix d'une complexité élevée. Plusieurs détecteurs multi-utilisateur turbo avec complexité réduite ont été aussi proposés [36].

Dans la suite, le système IDMA sera présenté en utilisant les éléments déjà fournis par [12] et [34]. Nous allons montrer comment l'interférence entre les blocs de chips (échantillons) entrelacés adjacents peut être éliminée lors de la propagation à travers des canaux à multitrajets. Dans ce but, une technique d'ajout de zéros sera utilisée. Avec cette technique d'ajout de zéros, des techniques itératives de réception pourront être utilisées. A la fin de ce chapitre les performances du système IDMA avec récepteur Rake seront évaluées par simulation.

## 7.1 Modèle à temps discret du système IDMA

Le modèle à temps discret du système IDMA est présenté dans la figure 7.1. Nous considérons le système IDMA dans une configuration quasi-synchrone, c'est à dire les retards relatifs des utilisateurs sont suffisamment petits pour être absorbés dans un ordre commun du canal de propagation  $L$ .

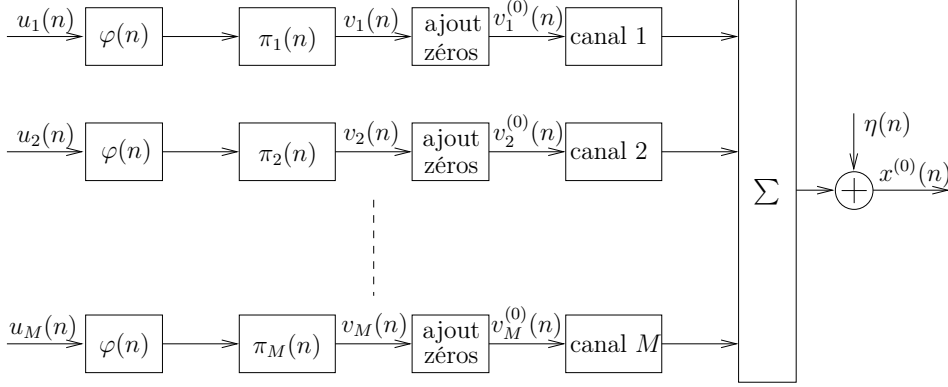


FIG. 7.1: Le modèle à temps discret du système IDMA

Le signal d'entrée du  $\mu$ -ième utilisateur,  $u_\mu(n) \in \mathbb{C}$ , est un signal suréchantillonné, avec  $N_s - 1$  zéros insérés entre chaque symbole, où  $N_s$  est le nombre d'échantillons par symbole. Le signal suréchantillonné est ensuite filtré par un filtre de mise en forme de réponse impulsionnelle  $\varphi(n)$ . Pour limiter la complexité du récepteur, nous allons choisir le filtre de mise en forme tel que le signal, après la mise en forme, prend des valeurs uniquement dans l'ensemble  $\{-1, +1\}$ . Des exemples des filtres de mise en forme possible à utiliser sont les filtres NRZ (Fig. 7.2a), biphasé (Fig. 7.2b) ou alternance de  $+1$  et  $-1$  (Fig. 7.2c).

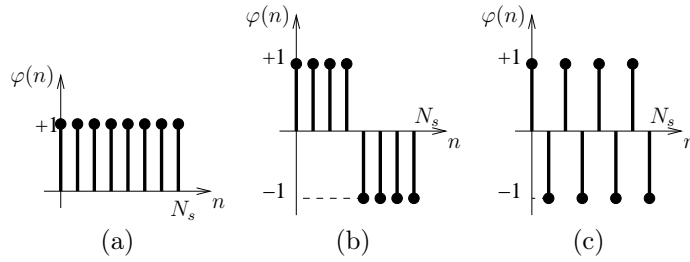


FIG. 7.2: La réponse impulsionnelle d'un filtre (a) NRZ ; (b) biphasé ; (c) alternance de  $+1$  et  $-1$

Le signal à la sortie du filtre de mise en forme est entrelacé par un entrelaceur bloc défini par une permutation aléatoire,  $\pi_\mu(n)$ , différente pour chaque utilisateur. Dans le cadre de ce système d'accès multiple l'orthogonalité des utilisateurs et l'étalement du signal émis sont obtenus uniquement à l'aide des entrelaceurs. Donc chaque utilisateur utilisera un entrelaceur bloc différent, de période  $N$ , la même pour tous les utilisateurs. Le choix des entrelaceurs pour assurer l'orthogonalité des utilisateurs est facilité par le fait que le nombre total des permutations aléatoires de longueur  $N$  est grand,  $N!$ , si  $N$  est suffisamment grand [8]. La sélection des entrelaceurs est une possible direction de recherche, mais elle ne sera pas abordée dans le cadre de cette thèse.

Si le filtre de mise en forme est un filtre NRZ, alors le système d'accès multiple avec permutations aléatoires ressemble à un système DS-CDMA où le rôle du "channelization code" et du "scrambling code" est joué par l'entrelaceur bloc aléatoire. C'est pourquoi, dans la suite, nous allons appeler les échantillons du signal entrelacé "chips".

Un exemple de densité spectrale de puissance d'un signal entrelacé par un entrelaceur aléatoire de période  $N = 2880$  est représentée dans la figure 7.3. Nous avons

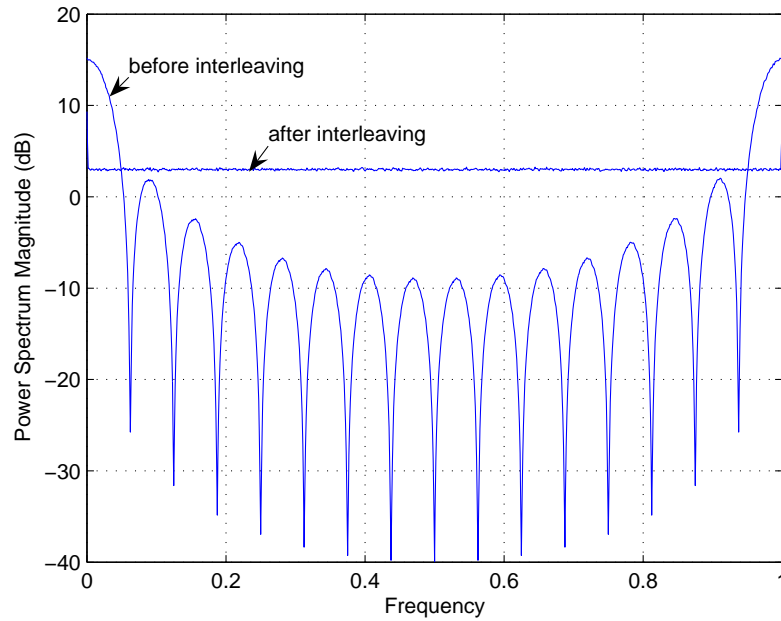


FIG. 7.3: La densité spectrale de puissance du signal avant et après entrelacement dans le système IDMA

utilisé un signal d'entrée modulé QPSK avec  $N_s = 16$  échantillons par symbole et un filtre de mise en forme NRZ.

Le signal à la sortie de l'entrelaceur bloc,  $v_\mu(n)$ , s'écrit en fonction du signal d'entrée,  $u_\mu(n)$ , sous la forme :

$$v_\mu(n) = u_\mu(n - \underline{n}_N + \pi_\mu(\underline{n}_N)) * \varphi(n - \underline{n}_N + \pi_\mu(\underline{n}_N)) \quad (7.1)$$

Le signal entrelacé est ensuite passé dans un dispositif d'ajout de zéros. Par rapport au système LPTVMA, présenté dans la deuxième partie de cette thèse (voir chapitre 4), où l'ajout de zéros est réalisé avant l'entrelacement, dans ce cas l'ajout de zéros se fait après l'entrelacement. Le but de cette approche est d'éliminer l'interférence entre les blocs adjacents de chips de longueur  $N$ . Nous allons montrer dans la suite l'effet de la technique d'ajout de zéros à l'aide d'une description matricielle.

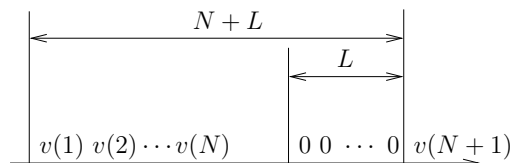


FIG. 7.4: Le signal après l'ajout de zéros

Ainsi, la technique d'ajout de zéros consiste, dans ce cas, en l'ajout de  $L$  zéros à la fin de chaque bloc de  $N$  chips, formant ainsi une trame de chips de longueur  $N + L$  chips (Fig. 7.4), où  $L$  est l'ordre du canal de propagation. Le signal du  $\mu$ -ième utilisateur, après l'ajout de zéros, s'écrit

$$\mathbf{v}_\mu^{(0)}(k) = \mathbf{T}_{zp} \mathbf{v}_\mu(k) \quad (7.2)$$

où

$$\mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_{L \times N} \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

est la matrice d'insertion de zéros et

$$\mathbf{v}_\mu(k) = [v_\mu(kN + 1) \quad v_\mu(kN + 2) \quad \cdots \quad v_\mu(kN + N)]^T \quad (7.4)$$

est un vecteur colonne représenté par les chips entrelacés dans une période de l'entrelaceur bloc.

Nous allons considérer des canaux de propagation "slow fading", constants pour toute la durée de la transmission et de réponse impulsionnelle :

$$h_\mu(n) = \sum_{i=0}^L h_i^{(\mu)} \delta(n - i) \quad (7.5)$$

où  $h_i^{(\mu)} \in \mathbb{C}$  sont les coefficients du canal du  $\mu$ -ième utilisateur, et  $L \in \mathbb{N}$  est l'ordre du canal, commun pour tous les utilisateurs.

Ainsi, le signal reçu s'écrit [22]

$$\mathbf{x}^{(0)}(k) = \sum_{m=1}^M \mathbf{H}_0^{(m)} \mathbf{v}_m^{(0)}(k) + \mathbf{H}_1^{(m)} \mathbf{v}_m^{(0)}(k - 1) + \boldsymbol{\eta}(k) \quad (7.6)$$

où  $M$  est le nombre d'utilisateurs et  $\boldsymbol{\eta}(k)$  est un vecteur colonne de longueur  $N + L$  qui représente un bruit gaussien additif. Les matrices du canal,  $\mathbf{H}_0^{(m)}$  et  $\mathbf{H}_1^{(m)}$ , ont été définies dans (3.12).

Sachant que  $\mathbf{H}_1^{(m)} \mathbf{T}_{zp} = \mathbf{0}_{N+L \times N} \quad \forall m \in \{1, 2, \dots, M\}$  on peut réécrire (7.6) sous la forme :

$$\mathbf{x}^{(0)}(k) = \sum_{m=1}^M \mathbf{H}^{(m)} \mathbf{v}_m(k) + \boldsymbol{\eta}(k) \quad (7.7)$$

où  $\mathbf{H}^{(m)} = \mathbf{H}_0^{(m)} \mathbf{T}_{zp}$  est une matrice bande [25, p. 16] de dimension  $N + L \times N$  de la forme suivante :

$$\mathbf{H}^{(m)} = \begin{bmatrix} h_0^{(m)} & 0 & \cdots & 0 \\ h_1^{(m)} & h_0^{(m)} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_0^{(m)} \\ 0 & 0 & \cdots & h_1^{(m)} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & h_L^{(m)} \end{bmatrix} \quad (7.8)$$

Ainsi l'interférence entre les blocs de chips adjacents émis,  $\mathbf{v}_m^{(0)}(k)$  et  $\mathbf{v}_m^{(0)}(k - 1)$ , est éliminée. Cette technique d'ajout de zéros permet donc de récupérer chaque bloc de



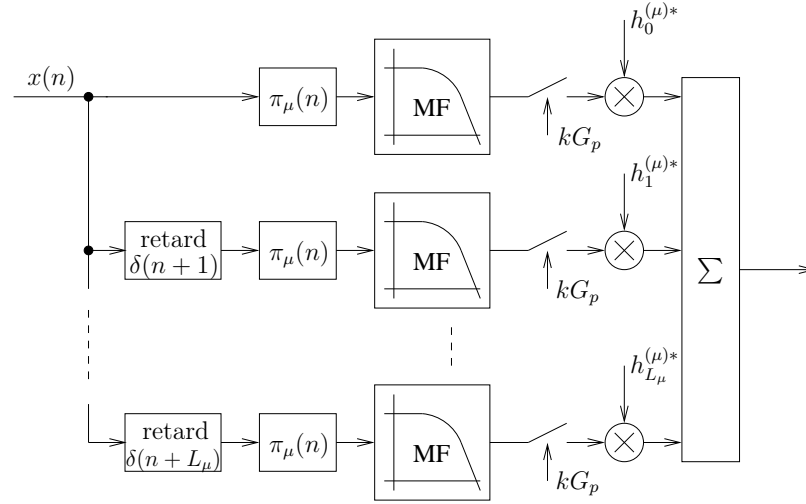


FIG. 7.5: Le récepteur Rake pour le système IDMA

chips émis  $\mathbf{v}_\mu(k)$  à partir du bloc reçu  $\mathbf{x}^{(0)}(k)$  (7.7) sans prendre en compte l'interférence entre les blocs de chips adjacents (par exemple dans le cadre d'un algorithme itératif de réception).

Il faut observer que, par rapport à la technique d'ajout de zéros présentée dans le cadre du système LPTVMA (voir chapitre 4), où le but était d'annuler le caractère variant dans le temps du canal équivalent représenté par l'entrelaceur bloc, le canal à multitrajets et l'entrelaceur inverse, ici on veut seulement éliminer l'effet du canal à multitrajets sur les blocs de chips adjacents émis après l'entrelacement.

Le signal reçu,  $x^0(n)$  (7.7), représente l'entrée du récepteur. Plusieurs choix sont possibles : récepteur Rake, récepteurs multi-utilisateur [32, 33], récepteurs itératifs [36]. Les récepteurs itératifs seront présentés en détail dans les chapitres suivants.

Un système d'accès multiple basé sur des entrelaceurs bloc définis par permutations aléatoires a été présenté. Le signal suréchantillonné de chaque utilisateur est filtré par un filtre de mise en forme et ensuite entrelacé. L'orthogonalité des utilisateurs et l'étalement spectral est réalisé à l'aide des permutations aléatoires différentes. Dans des canaux à multitrajets, l'interférence entre les blocs de chips adjacents, obtenus après l'entrelacement, peut être éliminée en utilisant une technique d'ajout de zéros. Ainsi des techniques itératives de réception peuvent être utilisées.

Dans la suite, le récepteur Rake pour le système IDMA sera décrit et les performances du système proposé seront comparées avec un autre système d'accès multiple avec étalement de spectre : DS-CDMA.

## 7.2 Performances du système avec récepteur Rake

Dans la section 7.1, nous avons vu que le système IDMA, avec un filtre de mise en forme NRZ, ressemble à un système DS-CDMA, où le rôle des séquences d'étalement est joué par l'entrelaceur bloc aléatoire. Il est donc possible d'utiliser dans le système IDMA, à la réception, un récepteur Rake (Fig. 7.5). Dans chaque branche, la permutation du  $\mu$ -ième utilisateur,  $\pi_\mu(n)$ , est synchronisée sur une version retardée du signal émis. La synchronisation du signal entrelacé par une permutation aléatoire peut être

réalisée à l'aide d'une boucle d'avance-retard, si, à la réception, on utilise une séquence pseudo-aléatoire de scrambling [37].

Dans le but d'évaluer les performances du système IDMA avec récepteur Rake par rapport au système DS-CDMA, nous avons considéré un modèle du système IDMA (Fig. 7.1) sans l'ajout de zéros. Dans ce cas, le signal reçu,  $x(n)$ , s'écrit

$$x(n) = \sum_{m=1}^M \sum_{i=0}^{L_m} h_i^{(m)} v_m(n-i) + \eta(n) \quad (7.9)$$

où  $L_m$  est l'ordre du canal du  $m$ -ième utilisateur. Les utilisateurs sont supposés asynchrones.

Les paramètres de simulation pour le système IDMA sont synthétisés dans le tableau 7.1. On a choisi un nombre d'échantillons par symbole  $N_s = 16$ , égal au gain de traitement utilisé dans le système DS-CDMA (voir tableau 5.3). La période de l'entrelaceur aléatoire est égale à la période de la séquence de scrambling. Les utilisateurs dans

Paramètre	Valeur
Modulation des symboles	QPSK
Nombre d'échantillons par symbole	$N_s = 16$
Période de l'entrelaceur bloc	$N = 38400$
Canal à multitrajets	Canal urbain typique [14]
L'ordre du canal à multitrajets	$L = 8$
Nombre de réalisations de chaque canal	100

TAB. 7.1: Les paramètres du système IDMA avec récepteur Rake

le système IDMA ont des entrelaceurs aléatoires différents. Le nombre de réalisations des canaux est de 100 et, à chaque réalisation des canaux, on utilise des entrelaceurs différents. Le BER est la moyenne sur toutes les réalisations et sur tous les utilisateurs.

On a choisi deux configurations du système IDMA : utilisateurs asynchrones avec canaux idéaux (sans multitrajets) (Fig. 7.6) et utilisateurs asynchrones avec canaux à multitrajets (Fig. 7.7). Dans le deuxième cas, un récepteur Rake avec 4 branches est utilisé. On peut s'apercevoir que les performances du système IDMA sont quasiment identiques avec le système DS-CDMA. Dans le cas où des canaux à multitrajets sont utilisés, le système DS-CDMA a des performances un peu supérieures au système IDMA, car les permutations ont été choisies complètement aléatoirement. Nous considérons que, en utilisant un critère de choix des permutations pour assurer l'orthogonalité des utilisateurs, les performances des deux systèmes seraient identiques.

La présence des entrelaceurs de période grande dans le système IDMA introduit un retard important. Pourtant, l'utilisation des entrelaceurs est assez courante même dans le système DS-CDMA pour réaliser la correction d'erreurs. On peut donc imaginer un récepteur qui pourrait réaliser en même temps la séparation des utilisateurs (le desétalement) et le décodage du code correcteur d'erreurs. Les récepteurs basés sur ce principe doivent utiliser un algorithme itératif de réception pour diminuer la complexité du récepteur. Nous allons présenter, dans les chapitres suivants, les choix possibles de récepteurs itératifs.

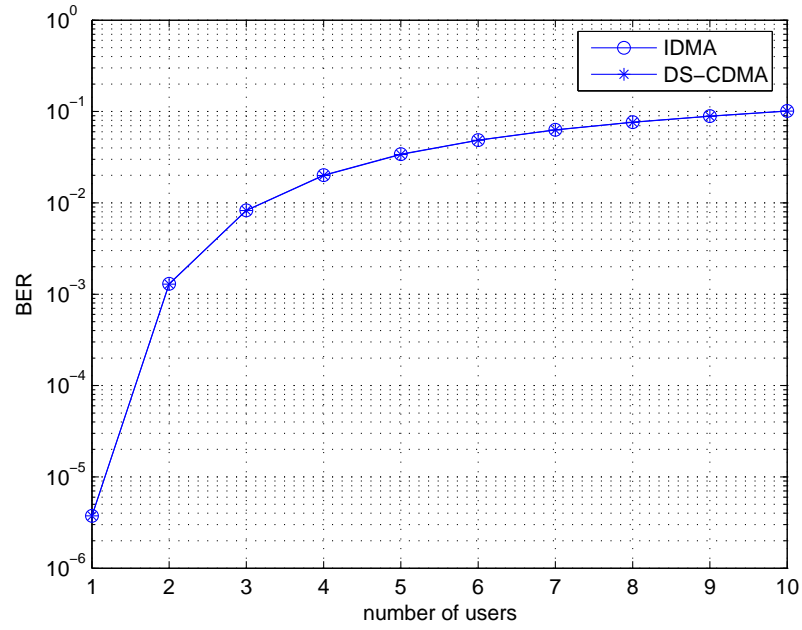


FIG. 7.6: Les performances du système IDMA et DS-CDMA dans un canal idéal et avec utilisateurs asynchrones pour un rapport signal bruit  $\frac{E_b}{N_0} = 10$  dB

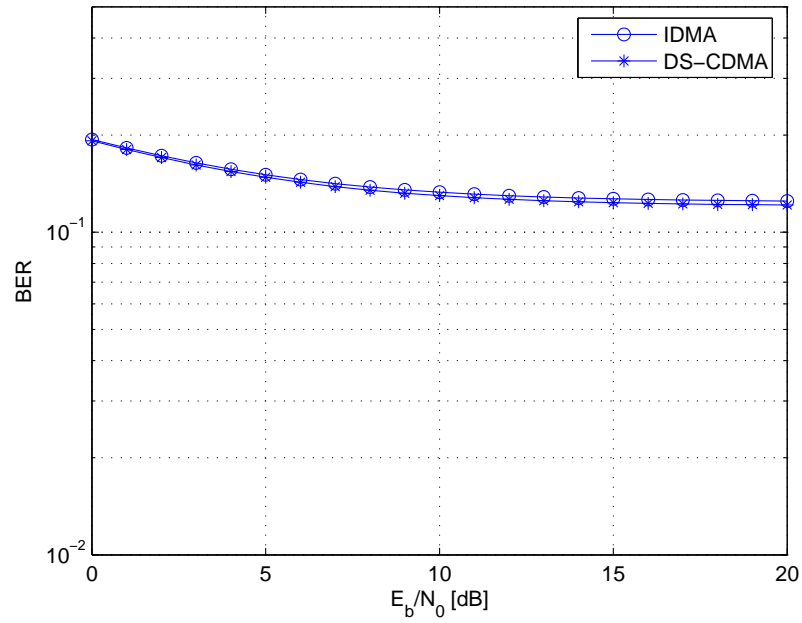


FIG. 7.7: Les performances du système IDMA et DS-CDMA dans un canal à multitrajets et avec 10 utilisateurs asynchrones

## 7.3 Conclusion

Un système d'accès multiple basé sur des permutations aléatoires a été ainsi décrit. Le signal suréchantillonné de chaque utilisateur est filtré par un filtre de mise en forme. Le signal à la sortie du filtre de mise en forme est entrelacé par un entrelaceur bloc aléatoire. L'étalement spectral et la séparation des utilisateurs sont réalisés uniquement à l'aide des entrelaceurs différents. Le système proposé ressemble à un système DS-CDMA, où les séquences d'étalement sont remplacées par entrelaceurs bloc. Une technique d'ajout de zéros est utilisée ensuite afin d'éliminer l'interférence entre les blocs de chips obtenus après l'entrelacement lors de la propagation à travers des canaux à multitrajets. Ainsi des techniques itératives de réception peuvent être employées.

Les performances du système proposé ont été évaluées par rapport au système DS-CDMA. Dans les deux cas un récepteur Rake est utilisé. On a montré ainsi, par simulation, que les performances des deux systèmes sont presque identiques.

Le choix des entrelaceurs bloc aléatoires pour pouvoir obtenir l'orthogonalité des utilisateurs n'a pas encore été traité. Ce choix est une direction possible de recherche. Toutefois, sachant que le nombre de permutation aléatoires est grand, on peut trouver assez facilement des permutations aléatoires orthogonales ou très peu corrélées.

D'autre part, l'utilisation des entrelaceurs bloc permet d'utiliser un récepteur itératif pour réaliser, en même temps, la séparation des utilisateurs et la correction d'erreurs. Les différents choix de récepteurs itératifs, dans un contexte mono-utilisateur et multi-utilisateurs, seront présentés dans les chapitres suivants.

# Chapitre 8

## Récepteurs itératifs mono-utilisateur

Dans ce chapitre, nous allons proposer des récepteurs itératifs mono-utilisateur pour le système IDMA basés sur les principes de l'égalisation turbo. Ainsi, des techniques de réception itératives mono-utilisateur peuvent être employées, avec une complexité du récepteur suffisamment réduite.

Un module général de décodage SISO, utilisé dans le récepteur itératif, sera présenté tout d'abord. Nous allons proposer un module de décodage SISO pour le filtre de mise en forme, qu'il sera possible d'utiliser dans un algorithme itératif de réception. Les techniques d'égalisation turbo seront présentées dans le cas d'une transmission codée. A partir de l'égaliseur turbo, le récepteur itératif mono-utilisateur sera ensuite déduit. Les performances du système d'accès multiple avec récepteur itératif mono-utilisateur seront finalement étudiées à l'aide de simulations.

### 8.1 Notions préliminaires

Soit une source de Markov à temps discret, avec un nombre fini d'états, observée à travers un canal gaussien sans mémoire (Fig. 8.1a). La source de Markov considérée peut modéliser un codeur convolutif non-récursif ou récursif. Pour un bit d'entrée,  $u(k) \in \{0, 1\}$ , on a à la sortie  $r \in \mathbb{N}^*$  bits codés  $v(kr + i) = v(n) \in \{0, 1\}, i \in \{1, 2, \dots, r\}, k \in \{0, 1, \dots, N/r - 1\}$ , où  $N \in \mathbb{N}^*$  est le nombre total de bits codés.

Pour simplifier la structure du récepteur itératif, nous considérons que les bits codés,  $v(n)$ , sont modulés par une modulation Binary Phase Shift Keying (BPSK) avant d'être envoyés dans un canal gaussien. La correspondance entre les bits codés  $v(n) \in \{0, 1\}$  et les symboles BPSK,  $x(n) \in \{-1, +1\}$ , est donnée par :  $x(n) = 2v(n) - 1$ .

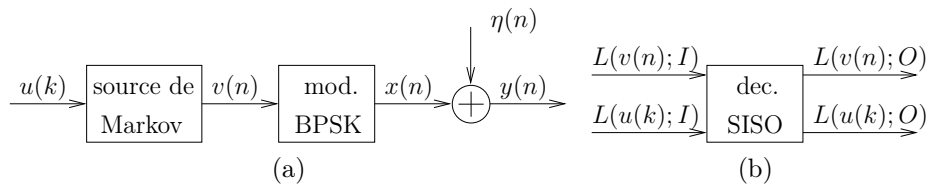


FIG. 8.1: (a)Source de Markov à temps discret observée à travers un canal gaussien (b)Module de décodage SISO

La composante de base du récepteur itératif est un module de décodage SISO avec deux entrées :  $L(v(n); I)$  et  $L(u(k); I)$ , et deux sorties :  $L(v(n); O)$  et  $L(u(k); O)$  (Fig.

8.1b). Les entrées et les sorties du module de décodage SISO sont définies de la manière suivante :

- information a priori

$$L(u(k); I) = \ln \frac{P(u(k) = 1)}{P(u(k) = 0)} \quad (8.1)$$

où  $P(u(k) = 1)$  est la probabilité a priori d'avoir le bit à l'entrée du codeur  $u(k) = 1$ .

- information intrinsèque

$$L(v(n); I) = \ln \frac{p(y(n)/v(n) = 1)}{p(y(n)/v(n) = 0)} \quad (8.2)$$

où  $p(y(n)/v(n) = 1)$  est la densité de probabilité du symbole reçu  $y(n)$  sachant le bit codé émis  $v(n) = 1$ . Sachant que les symboles émis,  $x(n)$ , sont affectés par un bruit gaussien blanc,  $\eta(n)$ , centré, de variance  $\sigma^2$ , alors les symboles reçus s'écrivent :  $y(n) = x(n) + \eta(n)$  et l'information intrinsèque a l'expression :  $L(v(n); I) = \frac{2}{\sigma^2} y(n)$ .

- information extrinsèque des bits situés à l'entrée du codeur

$$L(u(k); O) = \Lambda(u(k)) - L(u(k); I) \quad (8.3)$$

où  $\Lambda(u(k))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique des bits à l'entrée du codeur :

$$\Lambda(u(k)) = \ln \frac{P(u(k) = 1/\mathbf{y}_1^N)}{P(u(k) = 0/\mathbf{y}_1^N)} \quad (8.4)$$

et  $P(u(k) = 1/\mathbf{y}_1^N)$  est la probabilité a posteriori d'avoir à l'entrée du codeur le bit  $u(k) = 1$ , sachant la séquence reçue  $\mathbf{y}_1^N = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]^T$ .

- information extrinsèque des bits codés

$$L(v(n); O) = \Lambda(v(n)) - L(v(n); I) \quad (8.5)$$

où  $\Lambda(v(n))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique des bits codés :

$$\Lambda(v(n)) = \ln \frac{P(v(n) = 1/\mathbf{y}_1^N)}{P(v(n) = 0/\mathbf{y}_1^N)} \quad (8.6)$$

et  $P(v(n) = 1/\mathbf{y}_1^N)$  est la probabilité a posteriori d'avoir à la sortie du codeur le bit  $v(n) = 1$ , sachant la séquence reçue  $\mathbf{y}_1^N$ .

Les rapports de vraisemblance logarithmique (8.4) et (8.6) peuvent être déterminés à l'aide de l'algorithme MAP [38]. Pour la présentation de l'algorithme MAP, voir l'annexe J. Pour une description détaillée du module de décodage SISO, voir l'annexe K.

Le décodeur SISO et les définitions précédentes peuvent être facilement développés pour d'autres codeurs, par exemple pour un canal à multitrajets représentable sous la forme d'un codeur, mais avec l'entrée représentée par des symboles BPSK.

## 8.2 Module de décodage SISO pour le filtre de mise en forme

Pour pouvoir utiliser un récepteur itératif dans le système proposé (Fig. 7.1), il est nécessaire de réaliser un module de décodage SISO pour le filtre de mise en forme. Dans nos démarches nous avons suivi et développé le décodeur proposé dans [39].

Si le filtre de mise en forme est un filtre NRZ, alors on peut voir ce filtre comme un codeur à répétition de taux de codage  $N_s$ , où  $N_s$  est le nombre d'échantillons par symbole (Fig. 8.2). En général, il suffit que la réponse impulsionnelle du filtre de mise

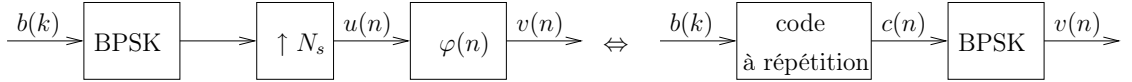


FIG. 8.2: Équivalence filtre de mise en forme - code à répétition

en forme ait un support temporel de  $N_s$  échantillons et que  $\varphi(i) \in \{-1, +1\}, \forall i \in \{1, 2, \dots, N_s\}$  pour avoir l'équivalence avec un codeur à répétition.

Basé sur l'équivalence avec un code à répétition, nous allons proposer, dans la suite, un module de décodage SISO pour décoder le filtre de mise en forme (Fig. 8.3). Les



FIG. 8.3: Module de décodage SISO pour le filtre de mise en forme

entrées de ce décodeur sont représentées par l'information intrinsèque (8.2) des bits codés,  $L(c(kN_s + i); I)$ , et par l'information a priori (8.1) des bits non codés  $L(b(k); I)$ . La sortie du décodeur SISO est représentée par l'information extrinsèque (8.3) des bits codés  $L(c(kN_s + i); O)$ , respectivement des bits non-codés  $L(b(k); O)$ .

Pour déterminer les relations entrée-sortie de ce module de décodage, on utilise le rapport de vraisemblance logarithmique des bits non-codés  $\Lambda(b(k))$  défini sous la forme :

$$\Lambda(b(k)) = \ln \frac{P(b(k) = 1/\mathbf{y}(k))}{P(b(k) = 0/\mathbf{y}(k))} \quad (8.7)$$

où  $\mathbf{y}(k) = [y(kN_s + 1) \ y(kN_s + 2) \ \dots \ y(kN_s + N_s)]^T$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, N/N_s - 1\}$  est le vecteur des symboles reçus correspondant au bit non-codé  $b(k)$  :  $y(n) = v(n) + \eta(n)$ ,  $N$  est la longueur de la trame binaire émise et  $\eta(n)$  est un bruit gaussien blanc centré.

Sachant que les symboles reçus,  $y(n)$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ , sont indépendants, on peut réécrire (8.7) sous la forme :

$$\Lambda(b(k)) = \sum_{i=1}^{N_s} \varphi(i) L(c(kN_s + i); I) + L(b(k); I) \quad (8.8)$$

où

$$L(c(kN_s + i); I) = \ln \frac{p(y(kN_s + i)/c(kN_s + i) = 1)}{p(y(kN_s + i)/c(kN_s + i) = 0)} \quad (8.9)$$

et

$$L(b(k); I) = \ln \frac{P(b(k) = 1)}{P(b(k) = 0)} \quad (8.10)$$

Il est intéressant d'observer que l'équation (8.8) représente exactement l'opération de filtrage adapté de l'information intrinsèque des bits codés  $L(c(kN_s + i); I)$  par le filtre de réponse impulsionnelle  $\varphi(n)$ . Donc le module de décodage proposé peut être considéré comme un filtre adapté permettant d'obtenir à la sortie des informations extrinsèques.

A partir de (8.8) on peut déterminer l'information extrinsèque des bits non-codés :

$$L(b(k); O) = \Lambda(b(k)) - L(b(k); I) \quad (8.11)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_s} \varphi(i) L(c(kN_s + i); I) \quad (8.12)$$

D'autre part, le rapport de vraisemblance logarithmique des bits codés,  $\Lambda(c(kN_s + i))$ , s'écrit sous la forme :

$$\Lambda(c(kN_s + i)) = \ln \frac{P(c(kN_s + i) = 1/\mathbf{y}(k))}{P(c(kN_s + i) = 0/\mathbf{y}(k))} \quad (8.13)$$

$$= \varphi(i) \Lambda(b(k)) \quad (8.14)$$

A partir de (8.8) et (8.14), on trouve l'information extrinsèque des bits codés :

$$L(c(kN_s + i); O) = \Lambda(c(kN_s + i)) - L(c(kN_s + i); I) \quad (8.15)$$

Donc, le décodeur SISO du filtre de mise en forme est spécifié complètement.

Le décodeur SISO du filtre de mise en forme peut être utilisé dans le cadre d'un algorithme itératif de réception. Ainsi, des techniques itératives de réception mono- ou multi-utilisateur peuvent être employées dans le système IDMA (Fig. 7.1).

## 8.3 Égalisation turbo

Nous allons nous intéresser, dans la suite, aux transmissions codées dans des canaux à multitrajets (Fig. 8.4). Les bits d'entrée,  $u(k)$ , sont codés par un code convolutif non-

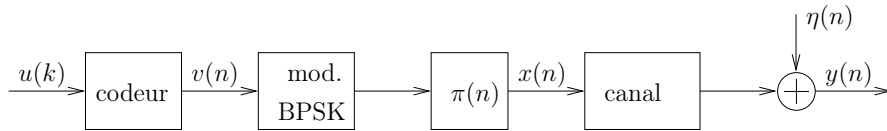


FIG. 8.4: Transmission codée dans un canal à multitrajets

récuratif. Les bits codés sont notés par  $v(n) = v(kr + i)$ , où  $k \in \mathbb{Z}, i \in \{0, 1, \dots, r - 1\}$  et  $r \in \mathbb{N}^*$  est le nombre de bits codés correspondant au bit d'entrée  $u(k)$ . Après la modulation BPSK et l'entrelacement, défini par la permutation  $\pi(n)$ , les bits codés sont envoyés dans un canal à multitrajets de réponse impulsionnelle :

$$h(n) = \sum_{l=0}^L h_l \delta(n - l) \quad (8.16)$$



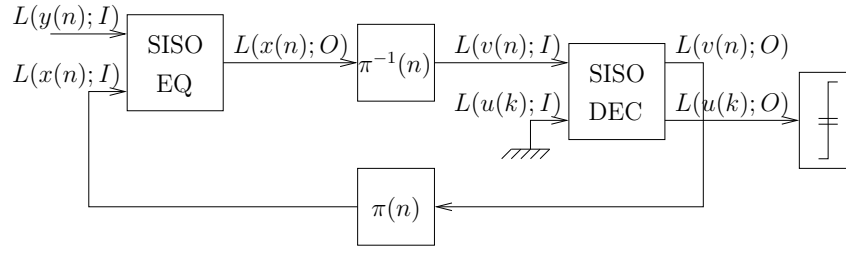


FIG. 8.5: Égaliseur turbo

Pour réduire la complexité du récepteur, le canal est supposé réel,  $h_l \in \mathbb{R}$ , constant pour toute la durée de la transmission.

A la réception, on utilise un égaliseur turbo [40], réalisé à l'aide de deux modules de décodage SISO (Fig. 8.5). Les deux modules de décodage SISO échangent des informations extrinsèques dans le cadre d'un algorithme itératif de réception.

Pour simplifier la présentation de l'égaliseur turbo, nous considérons, dans la suite, le traitement d'une trame d'échantillons reçus  $y(n)$  de longueur  $N$  :

$$\mathbf{y}_1^N = [y(1) \ y(2) \ \cdots \ y(N)]^T \quad (8.17)$$

où  $N$  est la période de l'entrelaceur utilisé. Pour les autres trames, le traitement employé est le même.

Le décodeur SISO EQ utilise l'algorithme MAP pour égaliser le canal à multitrajets. Une entrée du décodeur est représentée par l'information intrinsèque (8.2),  $L(y(n); I)$ <sup>1</sup> :

$$L(y(n); I) = \frac{2}{\sigma^2} y(n) \quad (8.18)$$

où  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$  et  $\sigma^2$  est la variance du bruit gaussien blanc centré  $\eta(n)$ . L'autre entrée du décodeur est l'information a priori (8.1) sur les symboles d'entrée du canal  $L(x(n); I)$ . Dans le cadre de l'algorithme itératif de réception, à la première itération, cette information est égale à zéro :  $L(x(n); I) = 0$ . Dans les autres itérations, l'information a priori  $L(x(n); I)$  est fournie par le décodeur SISO DEC. Le décodeur SISO EQ fournit à la sortie une information extrinsèque sur les symboles d'entrée du canal (8.3) :

$$L(x(n); O) = \Lambda(x(n)) - L(x(n); I) \quad (8.19)$$

où  $\Lambda(x(n))$  est le rapport de vraisemblance des symboles  $x(n)$  à l'entrée du canal.

Le décodeur SISO DEC utilise l'algorithme MAP pour décoder le codeur convolutif. A l'entrée de ce décodeur, on a l'information intrinsèque,  $L(v(n); I)$ , égale à l'information extrinsèque  $L(x(n); O)$  fournie, après l'entrelacement inverse, par le décodeur SISO EQ :

$$L(v(n); I) = L(x(\pi^{-1}(n)); O) \quad (8.20)$$

La deuxième entrée de ce décodeur est représentée par l'information a priori sur les bits à l'entrée du codeur, considérée nulle pour toutes les itérations :  $L(u(k); I) = 0$  (on fait l'hypothèse que les bits à l'entrée du codeur convolutif sont équiprobables). La

<sup>1</sup>Ici, pour ne pas alourdir la notation, l'information intrinsèque est notée sous la forme :  $L(y(n); I)$ , où  $y(n)$  est la sortie bruitée du canal (codeur), plutôt que la sortie non bruitée du canal.

sortie du décodeur SISO DEC est représentée par l'information extrinsèque sur les bits codés :

$$L(v(n); O) = \Lambda(v(n)) - L(v(n); I) \quad (8.21)$$

où  $\Lambda(v(n))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique des bits codés. Cette information extrinsèque sera transférée au début d'une itération et après l'entrelacement vers le décodeur SISO EQ en tant qu'information a priori sur les symboles  $x(n)$  à l'entrée du canal :

$$L(x(n); I) = L(v(\pi(n)); O) \quad (8.22)$$

La deuxième sortie du décodeur SISO DEC est représentée par l'information extrinsèque sur les bits à l'entrée du codeur  $u(k)$  :

$$L(u(k); O) = \Lambda(u(k)) \quad (8.23)$$

où  $\Lambda(u(k))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique des bits à l'entrée du codeur (dans ce cas l'information a priori est toujours zéro :  $L(u(k); I) = 0$ ). A la dernière itération, cette information extrinsèque est utilisée pour estimer les bits non codés émis :

$$\tilde{u}(k) = \begin{cases} 1 & L(u(k); O) \geq 0, \\ 0 & L(u(k); O) < 0 \end{cases} \quad (8.24)$$

## Égaliseur turbo avec précodeur

Les performances peuvent être améliorées davantage lorsqu'on utilise, après l'entrelaceur, un précodeur récursif [41] (Fig. 8.6) défini par le polynôme :

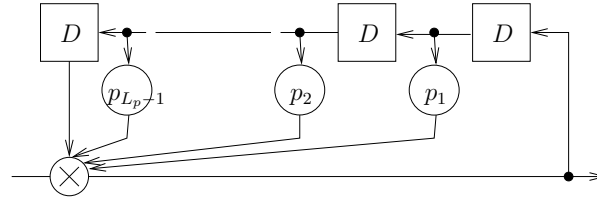


FIG. 8.6: Structure du précodeur

$$p(D) = 1 + p_1 D + p_2 D^2 + p_{L_p-1} D^{L_p-1} + D^{L_p} \quad (8.25)$$

où  $L_p$  est l'ordre du polynôme. Le canal à multitrajets (8.16) est transformé en un codeur récursif (Fig. 8.7). Avec l'hypothèse que l'ordre du polynôme du précodeur,  $L_p$ , est inférieur à l'ordre du canal  $L$  :  $L_p \leq L$ , la longueur de la mémoire de ce codeur équivalent est égale à l'ordre du canal à multitrajets  $L$ .

Avec l'ajout du précodeur avant le canal à multitrajets, on a obtenu une concaténation série d'un codeur non-récursif (le code convolutif) avec un codeur récursif (le précodeur et le canal à multitrajets). On peut montrer que cette configuration assure, pour les codes concaténés en série, les meilleures performances [42].

Par exemple avec un code convolutif non-récursif de polynômes générateurs (5, 7) (en octal), un entrelaceur aléatoire de période  $N = 1024$  et un canal de propagation de réponse impulsionnelle  $h(n) = 0.407\delta(n) + 0.815\delta(n-1)0.407\delta(n-2)$ , on obtient les résultats de la figure 8.8. On peut ainsi remarquer que, pour un rapport signal sur

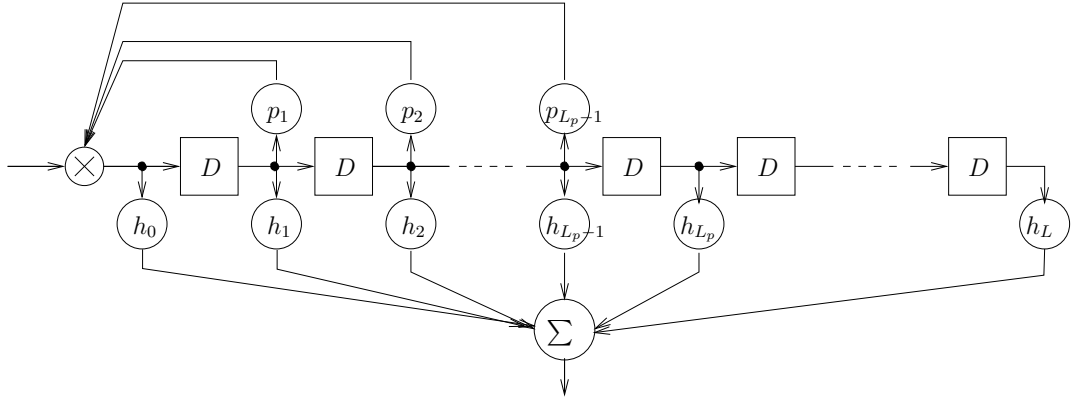
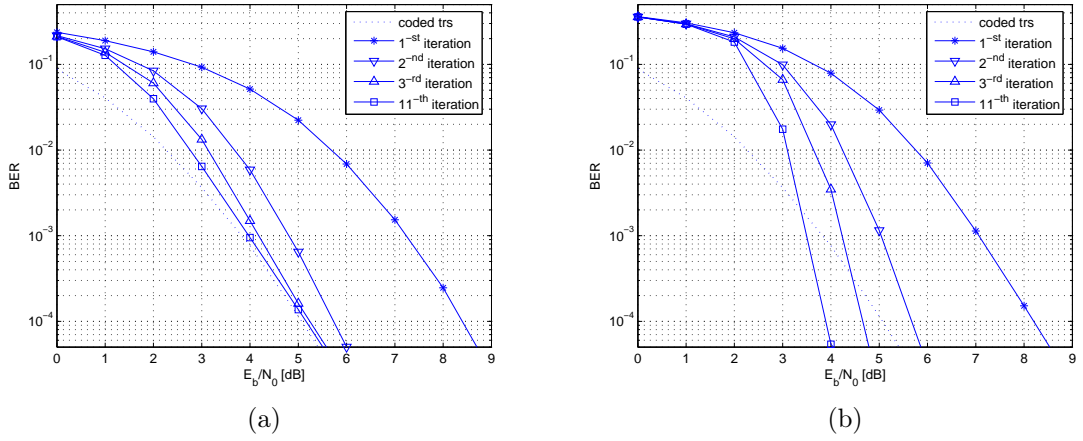


FIG. 8.7: Canal équivalent incluant l'influence du précodeur


 FIG. 8.8: Les performances de l'égaliseur turbo (a) sans précodeur ; (b) avec précodeur  $p(D) = 1 + D$ 

bruit  $\frac{E_b}{N_0}$  suffisamment grand, de meilleures performances sont obtenues avec précodeur, car le précodeur augmente la distance Euclidienne entre les mots de code [43]. Il est intéressant d'observer que, pour un rapport signal sur bruit faible,  $\frac{E_b}{N_0} < 2 \text{ dB}$ , les performances sont meilleures sans précodeur.

## Diagramme EXIT

La convergence de l'algorithme itératif de réception, utilisé dans l'égaliseur turbo, peut être étudiée à l'aide des diagrammes EXIT [44, 45]. Les diagrammes EXIT sont basés sur l'information mutuelle entre les bits (symboles) émis et l'information extrinsèque fournie par un module SISO [44].

Prenons, par exemple, le cas du module de décodage SISO EQ (Fig. 8.5). L'information mutuelle entre les symboles à l'entrée du canal,  $x(n)$ , et l'information extrinsèque,  $\xi = L(x(n); O)$ , est [44]

$$I_E^{\text{EQ}} = \frac{1}{2} \sum_{x \in \{-1, 1\}} \int_{-\infty}^{+\infty} p(\xi/x(n) = x) \log_2 \frac{2p(\xi/x(n) = x)}{p(\xi/x(n) = -1) + p(\xi/x(n) = 1)} d\xi \quad (8.26)$$

Intuitivement, cette information mutuelle représente la quantité d'information contenue par l'information extrinsèque,  $L(x(n); O)$ , sur les symboles émis  $x(n)$ . L'information mutuelle extrinsèque,  $I_E^{\text{EQ}}$ , a deux valeurs extrêmes :  $I_E^{\text{EQ}} = 0$ , aucune information sur les symboles émis et  $I_E^{\text{EQ}} = 1$  information complète sur les symboles émis.

L'information mutuelle donnée par (8.26) est déterminée numériquement, sachant la densité de probabilité de l'information extrinsèque conditionnée par la connaissance du symbole émis  $p(\xi/x(n) = x)$ . Cette densité de probabilité est déterminée à partir de l'histogramme des réalisations de l'information extrinsèque  $L(x(n); O)$ , vue comme une variable aléatoire. Sachant le vecteur d'échantillons reçus,  $\mathbf{y}_1^N$ , et l'information a priori,  $L(x(n); I)$ , on peut déterminer à la sortie du module SISO EQ l'information extrinsèque  $L(x(n); O)$  et d'ici sa densité de probabilité.

Spécifique dans la détermination de l'information mutuelle donnée par (8.26) est l'hypothèse que l'information a priori à l'entrée du module SISO EQ,  $L(x(n); I)$ , (l'information extrinsèque fournie par l'autre module SISO, le module SISO DEC) est la réalisation d'une variable aléatoire gaussienne de moyenne  $\mu_A = \frac{\sigma_A^2}{2}$  et variance  $\sigma_A^2$  [44]. Cette hypothèse permet de déterminer (8.26) en utilisant seulement le module SISO EQ, sans être obligés de simuler l'égaliseur turbo entier. De plus, à l'aide de cette hypothèse, on peut déterminer l'information mutuelle entre les symboles à l'entrée du canal,  $x(n)$ , et l'information a priori,  $\xi = L(x(n); I)$ , avec la relation (8.26) :

$$I_A^{\text{EQ}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\xi - \sigma_A^2/2)^2}{2\sigma_A^2}} \log_2(1 + e^{-\xi}) d\xi \quad (8.27)$$

Ainsi, sachant le vecteur d'échantillons reçus,  $\mathbf{y}_1^N$ , on peut déterminer l'information mutuelle extrinsèque,  $I_E^{\text{EQ}}$ , en fonction de l'information mutuelle a priori,  $I_A^{\text{EQ}} : I_E^{\text{EQ}} = fct(I_A^{\text{EQ}})$ . Cette fonction est appelée la caractéristique de transfert du module de décodage SISO EQ.

Dans la même manière on peut déterminer la caractéristique de transfert du module de décodage SISO DEC. Dans ce cas on détermine l'information mutuelle extrinsèque,  $I_E^{\text{DEC}}$ , en fonction de l'information mutuelle entre les symboles émis,  $x(n)$ , et l'information intrinsèque sur les bits codés,  $L(v(n); I)$ , (l'information extrinsèque fournie par le module SISO EQ). Pour simplifier la notation, nous allons noter cette information mutuelle avec  $I_A^{\text{DEC}}$ .

Le diagramme EXIT est représenté, dans le cas de l'égaliseur turbo, par la caractéristique de transfert du module de décodage SISO EQ et par l'inverse de la caractéristique de transfert du module de décodage SISO DEC (la caractéristique de transfert du module de décodage SISO DEC est représentée avec les axes inversées). Dans la section suivante nous allons appliquer le diagramme EXIT dans l'étude de la convergence de l'algorithme itératif de réception.

L'égaliseur turbo a été ainsi présenté en utilisant deux modules de décodage SISO qui échangent des informations extrinsèques. Nous avons montré que les performances de l'égaliseur turbo peuvent être améliorées en utilisant un précodeur avant le canal à multitrajets. Aussi, le diagramme EXIT, utilisé pour étudier la convergence de l'algorithme itératif de réception, a été brièvement présenté.

L'égaliseur turbo peut être utilisé en tant que récepteur itératif mono-utilisateur en remplaçant le décodeur SISO du code convolutif par le décodeur SISO du filtre de mise

en forme (voir section 8.2). Les performances du système IDMA avec égaliseur turbo seront évaluées dans la section suivante.

## 8.4 Performances du système

Nous évaluons dans cette section les performances du système IDMA (Fig. 7.1) avec récepteur itératif mono-utilisateur. Le récepteur itératif mono-utilisateur est représenté par l'égaliseur turbo (Fig. 8.5), où le décodeur SISO du code convolutif est remplacé par le décodeur SISO du filtre de mise en forme.

Une autre différence par rapport à l'égaliseur turbo est donnée par le fait que, dans le récepteur mono-utilisateur, nous considérons que l'interférence multi-utilisateurs et le bruit gaussien représentent un bruit additif. Si le nombre d'utilisateurs est suffisamment grand alors, avec le théorème de la limite centrale, le bruit additif peut être considéré comme un bruit gaussien de variance :

$$\sigma_{\text{MUI}}^2 = \sigma^2 + (M - 1)E_c \quad (8.28)$$

où  $\sigma^2$  est la variance du bruit gaussien initial  $M$  est le nombre total d'utilisateurs dans le système IDMA et  $E_c$  est l'énergie par chip émis (on fait l'hypothèse simplificatrice que tous les utilisateurs émettent avec des puissances égales). Le bruit gaussien de variance  $\sigma_{\text{MUI}}^2$  n'est pas blanc, car les chips reçus sont corrélés après la propagation à travers des canaux à multitrajets. Toutefois, l'hypothèse que les échantillons du bruit sont non-corrélés est utilisée dans le cadre de l'algorithme MAP du décodeur du canal SISO EQ (Fig. 8.5) [38]. Pour pouvoir utiliser l'algorithme MAP dans le récepteur mono-utilisateur proposé, nous allons faire l'hypothèse simplificatrice que les échantillons du bruit additif sont non-corrélés. La validité de notre approche sera démontrée à l'aide des simulations.

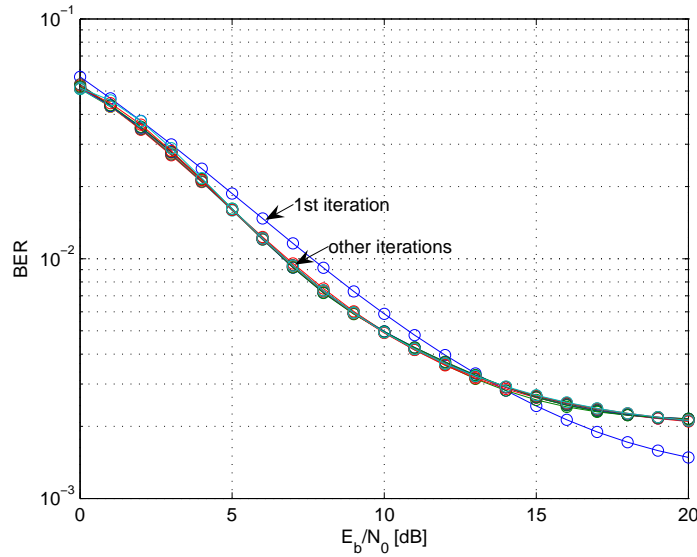
Paramètre	Valeur
Modulation des symboles	BPSK
Nombre d'échantillons par symbole	$N_s = 16$
Filtre de mise en forme	Filtre alternance de +1 et -1
Entrelaceur bloc	Entrelaceur aléatoire
Période de l'entrelaceur bloc	$N = 38400$
Canal à multitrajets	Canal normé, réel, avec fading de Rayleigh [36] (les trajets ont des puissances égales)
L'ordre du canal à multitrajets	$L = 3$
Nombre de réalisations de chaque canal	100

TAB. 8.1: Les paramètres du système IDMA avec récepteur itératif

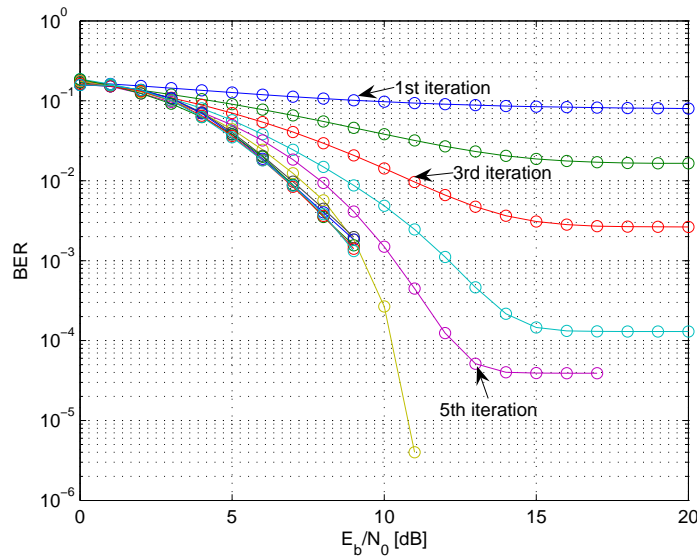
Les paramètres du système IDMA utilisés dans nos simulations sont présentés dans le tableau 8.1. Pour simplifier le récepteur itératif nous utilisons des signaux d'entrée modulés BPSK. Nous avons choisi comme filtre de mise en forme un filtre alternance de +1 et -1. La période de l'entrelaceur bloc,  $N = 38400$ , est égale avec la longueur de la séquence de scrambling dans les systèmes DS-CDMA [31]. Les canaux de propagation sont réels, d'ordre  $L = 3$ , avec les atténuations de chaque trajet suivant une

loi de Rayleigh [36]. Les canaux sont considérés constants pour toute la durée de la transmission.

Le récepteur mono-utilisateur dans le système IDMA sans précodeur ne peut pas être utilisé, parce que l'interférence multi-utilisateurs représente un bruit trop important et l'algorithme itératif de réception ne peut converger (Fig. 8.9a). C'est pourquoi, après la deuxième itération, les performances restent sensiblement les mêmes. Si, à



(a)



(b)

FIG. 8.9: Les performances du système IDMA avec  $M = 2$  utilisateurs (a) sans précodeur (b) avec précodeur

l'émission, un précodeur de polynôme générateur  $p(D) = 1 + D$  est utilisé, alors les performances s'améliorent au cours des itérations (Fig. 8.9b).

Une explication de ce résultat peut être fournie par le diagramme EXIT (Fig. 8.10). La modalité d'obtention du diagramme EXIT a été décrite dans la section 8.3. Nous

allons expliquer dans la suite comment le diagramme EXIT est utilisé. A la première itération, l'information a priori à l'entrée du décodeur SISO EQ est nulle, ce qui correspond sur le diagramme EXIT à une information mutuelle a priori nulle :  $I_A^{\text{EQ}} = 0$  (Fig. 8.10). A la sortie de ce module SISO une information mutuelle extrinsèque,  $I_E^{\text{EQ}}$ , non nulle est obtenue. L'entrelacement inverse effectué sur l'information extrinsèque ainsi obtenue (Fig. 8.5) ne change pas l'information mutuelle extrinsèque,  $I_E^{\text{EQ}}$ , qui devient, après l'entrelacement inverse, information mutuelle a priori pour le module SISO DEC :  $I_A^{\text{DEC}} = I_E^{\text{EQ}}$ . Le module SISO DEC fournit à son tour une information extrinsèque à sa sortie représentable sous la forme d'une information mutuelle extrinsèque  $I_E^{\text{DEC}}$ . Après l'obtention de l'information extrinsèque à la sortie du module SISO DEC une itération complète est terminée. Cela est représentée sur le diagramme EXIT par une marche de l'escalier qui représente l'algorithme itératif de réception (Fig. 8.10). L'algorithme itératif de réception s'arrête quand l'information mutuelle extrinsèque ne peut plus augmenter au cours des itérations. Dans le cas de l'égaliseur turbo on peut s'apercevoir que, la présence du précodeur permet d'obtenir, à la sortie du décodeur SISO EQ, une information mutuelle extrinsèque plus grande, ceci signifiant une meilleure estimation des bits émis et donc des meilleures performances.

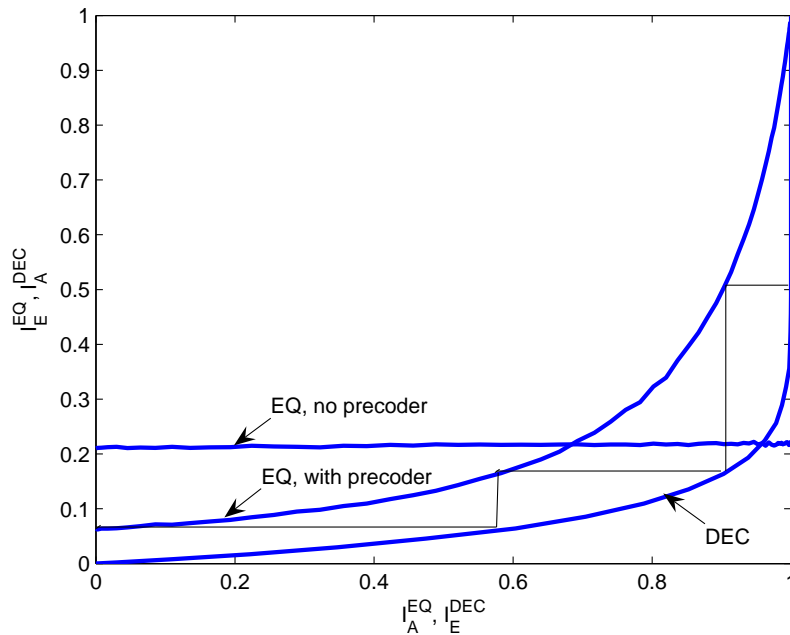


FIG. 8.10: Diagramme EXIT du récepteur itératif mono-utilisateur à un rapport signal à bruit  $\frac{E_b}{N_0} = 10 \text{ dB}$

Une autre explication, pour les bonnes performances du système IDMA avec précodeur, peut être fournie par le fait que le filtre de mise en forme (code à répétition), l'entrelaceur et le précodeur représentent un code répétitif à accumulation (RA) [46]. Ces codes ont des performances proches de celles des codes turbo concaténés en parallèle pour un rapport signal sur bruit faible [46], ce qui explique les bonnes performances de l'égaliseur turbo avec précodeur dans un contexte multi-utilisateurs.

Les performances du système IDMA avec égaliseur turbo ont été évaluées donc par simulation. L'interférence multi-utilisateurs et le bruit gaussien additif ont été

considérés comme un autre bruit additif. Les meilleures performances peuvent être obtenues avec un précodeur avant le canal à multitrajets. L'avantage de l'utilisation du précodeur a été mis en évidence à l'aide du diagramme EXIT. De plus, l'émetteur mono-utilisateur avec précodeur ressemble avec un code RA, ce qui explique les bonnes performances obtenues pour un rapport signal sur bruit faible.

## 8.5 Conclusion

Nous avons proposé, dans ce chapitre, un récepteur itératif mono-utilisateur dérivé des principes des égaliseurs turbo. Tout d'abord, un module général de décodage SISO a été décrit. Les récepteurs itératifs peuvent être construits à l'aide de ce module. Nous avons ensuite particularisé le module de décodage SISO pour un filtre de mise en forme, avec une réponse impulsionnelle de durée finie et avec des valeurs dans l'ensemble  $\{-1, +1\}$ . L'égalisation turbo dans le cas d'une transmission codée sans et avec codage a été ensuite présentée. Nous avons montré que les performances de l'égaliseur turbo peuvent être améliorées avec un précodeur avant le canal. Pour étudier la convergence de l'algorithme itératif de réception, nous avons présenté les diagrammes EXIT. L'égaliseur turbo a été ensuite employé dans le système IDMA et ses performances évaluées par simulations. Nous avons vu que l'utilisation du précodeur est nécessaire pour obtenir de bonnes performances. Les diagrammes EXIT ont été utilisés pour caractériser la convergence du récepteur itératif mono-utilisateur. Nous avons ainsi montré que la qualité de l'information extrinsèque est meilleure dans le cas où un précodeur est utilisé avant le canal à multitrajets, par rapport au cas où ce précodeur n'est pas utilisé. Les bonnes performances obtenues avec précodeur peuvent être expliquées par le fait que des codes RA sont employés à l'émission. Les codes RA peuvent être remplacés par des codes répétitifs à accumulation irréguliers (Irregular Repeat-Accumulate (IRA)) [47] pour augmenter davantage les performances du système d'accès multiple. Celle-ci restera une direction future de recherche.

Dans le chapitre suivant, les principes de l'égalisation turbo seront généralisés pour réaliser des détecteurs itératifs multi-utilisateurs.



# Chapitre 9

## Récepteurs itératifs multi-utilisateurs

Des récepteurs itératifs multi-utilisateurs pour le système IDMA ont déjà été proposés [39, 48, 36]. Dans [39], un récepteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP a été proposé pour un système d'accès multiple où le signal est étalé par des séquences de Gold et ensuite entrelacé par un entrelaceur aléatoire. Un récepteur multi-utilisateurs avec complexité réduite a été aussi proposé en utilisant un filtre adapté au canal de propagation. Dans [48, 36], d'autres récepteurs multi-utilisateurs avec complexité réduite ont été étudiés. Ces récepteurs sont basés sur l'approximation de l'interférence multi-utilisateurs et interchip par une variable aléatoire gaussienne.

Dans la suite, nous allons présenter les différents choix que l'on peut faire pour les décodeurs multi-utilisateurs. Nous allons ainsi montrer que les détecteurs multi-utilisateurs basés sur l'approximation gaussienne appartiennent à une classe plus générale de décodeurs basés sur l'algorithme PDA.

### 9.1 Structure du récepteur

Dans le récepteur multi-utilisateurs proposé, les canaux de propagation de tous les utilisateurs sont considérés comme un codeur. Les sorties du décodeur multi-utilisateurs, SISO Multi-User Detector (MUD), sont utilisées par les décodeurs mono-utilisateur SISO Single-User Detector (SUD) (Fig. 9.1) dans le cadre d'un algorithme itératif de réception. Pour simplifier la présentation du récepteur itératif multi-utilisateurs, nous allons considérer le traitement d'une trame d'échantillons reçus  $x^{(0)}(n)$  (7.7) de longueur  $N + L$  :

$$\mathbf{x}^{(0)} = [x^{(0)}(1) \ x^{(0)}(2) \ \dots \ x^{(0)}(N + L)]^T$$

où  $N$  est la période de l'entrelaceur bloc et  $L$  est l'ordre du canal à multitrajets. Pour les autres trames du signal reçu, les opérations employées seront les mêmes.

Basé sur le signal reçu  $x^{(0)}(n)$ , la connaissance des canaux de propagation  $h_m(n)$  et la variance du bruit gaussien  $\sigma^2$ , le détecteur multi-utilisateurs fournit en sortie une information extrinsèque sur les chips émis dans le canal par chaque utilisateur :

$$L(v_\mu(n); O) = \Lambda(v_\mu(n)) - L(v_\mu(n); I) \quad (9.1)$$

où  $\mu \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $M$  est le nombre d'utilisateurs dans le système,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $\Lambda(v_\mu(n))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique d'un chip émis défini sous la forme :

$$\Lambda(v_\mu(n)) = \ln \frac{P(v_\mu(n) = +1/\mathbf{x}^{(0)})}{P(v_\mu(n) = -1/\mathbf{x}^{(0)})} \quad (9.2)$$

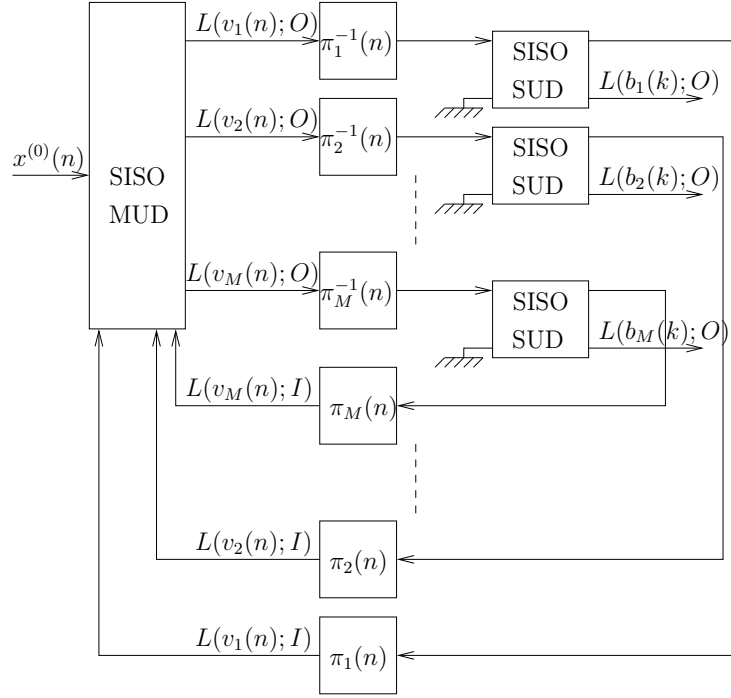


FIG. 9.1: Le récepteur multi-utilisateur pour le système IDMA

et  $L(v_\mu(n); I)$  est l'information a priori des chips émis

$$L(v_\mu(n); I) = \frac{P(v_\mu(n) = +1)}{P(v_\mu(n) = -1)} \quad (9.3)$$

A la première itération,  $L(v_\mu(n); I) = 0$ , et pour les autres itérations, cette information est fournie par les décodeurs de chaque utilisateur SISO SUD.

Après l'entrelacement inverse, l'information extrinsèque  $L(v_\mu(n); O)$  est fournie, en tant qu'information intrinsèque des chips émis, vers les décodeurs de chaque utilisateur. Le décodeur de chaque utilisateur est représenté par le décodeur du filtre de mise en forme (voir section 8.2). La deuxième entrée de ce décodeur, représentée par l'information a priori des bits émis, est nulle pour toutes les itérations. A la sortie du décodeur de chaque utilisateur, on obtient une information extrinsèque des chips émis qui, après l'entrelacement, est utilisée en tant qu'information a priori des chips émis,  $L(v_\mu(n); I)$ , à l'entrée du détecteur multi-utilisateurs. La deuxième sortie du décodeur mono-utilisateur est l'information extrinsèque sur les bits émis  $L(b_\mu(k); O)$  utilisée à la fin de l'algorithme itératif de réception pour récupérer les bits émis :

$$\tilde{b}_\mu(k) = \begin{cases} 1 & L(b_\mu(k); O) \geq 0, \\ 0 & L(b_\mu(k); O) < 0 \end{cases} \quad (9.4)$$

$\forall k \in \{1, 2, \dots, N/N_s\}$ ,  $N_s$  est le nombre d'échantillons par symbole. Nous considérons que la période de l'entrelaceur bloc  $N$  est un multiple entier du nombre d'échantillons par symbole  $N_s$ .

Dans le détecteur multi-utilisateurs, plusieurs algorithmes peuvent être utilisés : l'algorithme MAP [39], le détecteur de chips Gaussien [49] et le détecteur PDA [50]. Nous allons décrire dans la suite ces trois détecteurs.



$\forall n \in \{1, 2, \dots, N\}$  avec la condition initiale :

$$\alpha_0(S_0) = \begin{cases} 1 & S_0 = 0, \\ 0 & \forall S_0 \neq 0 \end{cases} \quad (9.8)$$

et la récursion retour :

$$\beta_n(S_n) = \sum_{(S_{n+1})} \sum_{i \in \{-1, 1\}} \beta_{n+1}(S_{n+1}) \gamma_\mu^{(i)}(x(n+1), S_n, S_{n+1}) \quad (9.9)$$

$\forall n \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  avec la condition initiale :

$$\beta_N(S_N) = 1 \quad \forall S_N \quad (9.10)$$

La probabilité de transition entre les états  $S_{n-1}$  et  $S_n$  est donnée par :

$$\gamma_\mu^{(i)}(x(n), S_{n-1}, S_n) = \frac{p(x(n)/S_n, S_{n-1})P(v_\mu(n) = i/S_n, S_{n-1})P(S_n/S_{n-1})}{P(x(n)/x(1), x(2), \dots, x(n-1))} \quad (9.11)$$

où

$$P(v_\mu(n) = i/S_n, S_{n-1}) = \begin{cases} 1 & \text{si la transition } S_{n-1} \rightarrow S_n \text{ est généré par } v_\mu(n) = i \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (9.12)$$

et  $P(S_n/S_{n-1})$  est la probabilité a priori des chips émis par tous les utilisateurs à un instant donné  $n$ . Avec l'hypothèse que les chips émis par les utilisateurs sont indépendants, on obtient :

$$P(S_n/S_{n-1}) = \prod_{m=1}^M P(v_m(n)) \quad (9.13)$$

Les probabilités a priori  $P(v_m(n))$  peuvent être déterminées à partir de l'information a priori  $L(v_m(n); I)$ . Donc on peut déterminer à l'aide de l'algorithme MAP le rapport de vraisemblance logarithmique,  $\Lambda(v_\mu(n))$ , et ensuite l'information extrinsèque des chips émis (9.1).

Le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP est le détecteur optimal, mais sa complexité est trop élevée pour pouvoir être utilisé dans les systèmes réels. La complexité de l'algorithme MAP augmente exponentiellement avec le produit entre le nombre d'utilisateurs,  $M$ , et l'ordre du canal,  $L$ . Par exemple, dans le cas d'un système avec  $M = 10$  utilisateurs utilisant des canaux à multitrajets d'ordre  $L = 3$ , le nombre d'états est  $2^{ML} = 2^{30}$ . Il est donc nécessaire de chercher d'autres détecteurs multi-utilisateurs avec une complexité réduite.

### 9.3 Détecteur de chips gaussien (GCD)

Dans ce sous-chapitre, nous allons utiliser le modèle du système IDMA décrit dans la section 7.1 avec la technique d'ajout de zéros. La technique d'ajout de zéros sera utilisée pour permettre un traitement bloc par bloc, sans prendre en compte l'interférence entre les blocs adjacents.

Notre but sera la détermination de l'information extrinsèque,  $L(v_\mu(n); O)$ , en utilisant un algorithme simplifié dans le détecteur multi-utilisateurs. Ainsi nous faisons

l'hypothèse que l'interférence multi-utilisateurs et interchip peut être considérée comme constituant une variable aléatoire gaussienne. En ce qui concerne l'hypothèse que l'interférence multi-utilisateurs est une variable aléatoire gaussienne, elle est bien vérifiée si le nombre d'utilisateurs est suffisamment grand (avec le théorème de la limite centrale). Pour l'interférence interchip un raisonnement semblable peut être utilisé, si le nombre de trajets est suffisamment grand et les chips émis sont indépendants, mais d'un instant à l'autre les interférences interchip sont des variables aléatoires corrélées. Dans ce dernier cas, un rôle important est joué par l'entrelaceur bloc utilisé par chaque utilisateur, qui doit entrelacer les chips obtenus à la sortie du filtre de mise en forme (Fig. 7.1) tels que la condition d'indépendance des chips émis, sur des trames de chips de longueur  $L + 1$  est satisfaite, où  $L$  est l'ordre du canal de chaque utilisateur. Pour avoir cette condition, il faudrait utiliser des entrelaceurs d'étalement (voir section 1.2). Même dans le cas où des entrelaceurs aléatoires sont utilisés, l'hypothèse que les chips émis dans le canal sont indépendants est une approximation suffisamment bonne pour que l'approximation gaussienne soit justifiée.

On réécrit tout d'abord le rapport de vraisemblance logarithmique  $\Lambda(v_\mu(n))$  (9.2) sous la forme :

$$\Lambda(v_\mu(n)) = \ln \frac{p(\mathbf{x}^{(0)}/v_\mu(n) = +1)}{p(\mathbf{x}^{(0)}/v_\mu(n) = -1)} + \ln \frac{P(v_\mu(n) = +1)}{P(v_\mu(n) = -1)} \quad (9.14)$$

A partir de cette expression, on peut déterminer l'information extrinsèque  $L(v_\mu(n); O)$  avec la relation (9.1) :

$$L(v_\mu(n); O) = \ln \frac{p(\mathbf{x}^{(0)}/v_\mu(n) = +1)}{p(\mathbf{x}^{(0)}/v_\mu(n) = -1)} \quad (9.15)$$

D'autre part, dans (7.7), on peut séparer le chip émis par le  $\mu$ -ième utilisateur à l'instant  $n$ ,  $v_\mu(n)$ , de l'interférence des autres chips et de l'interférence multi-utilisateur :

$$\mathbf{x}^{(0)} = \mathbf{h}^{(\mu)}(n)v_\mu(n) + \boldsymbol{\zeta}_\mu(n) \quad (9.16)$$

où  $\mathbf{h}^{(\mu)}(n)$  est la  $n$ -ième colonne de la matrice  $\mathbf{H}^{(\mu)}$  (7.8)  $\forall \mu \in \{1, 2, \dots, M\}, n \in \{1, 2, \dots, N\}$  et

$$\boldsymbol{\zeta}_\mu(n) = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq \mu}}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N \mathbf{h}^{(m)}(i)v_m(i) + \boldsymbol{\eta} \quad (9.17)$$

représente l'interférence multi-utilisateur et interchip. Pour simplifier les notations nous avons renoncé à utiliser, comme dans (7.7), l'index  $k$  des vecteurs  $\mathbf{x}^{(0)}(k)$ ,  $\mathbf{v}_m(k)$  et  $\boldsymbol{\eta}(k)$ .

Sous l'hypothèse que l'interférence multi-utilisateurs et interchip est une variable aléatoire gaussienne,  $\boldsymbol{\zeta}_\mu(n)$  est un vecteur de variables aléatoires gaussiennes. Les variables aléatoires sont dépendantes après la propagation à travers des canaux à multitrajets (9.17). Ainsi, avec (9.16) on peut montrer que l'information extrinsèque  $L(v_\mu(n); O)$  (9.14) s'écrit sous la forme [15, p. 49] :

$$L(v_\mu(n); O) = 2\mathbf{h}^{(\mu)}(n)^T \text{Cov}^{-1}[\boldsymbol{\zeta}_\mu(n)] (\mathbf{x}^{(0)} - \mathbb{E}[\boldsymbol{\zeta}_\mu(n)]) \quad (9.18)$$

où  $\text{Cov}[\boldsymbol{\zeta}_\mu(n)]$  est la matrice de covariance du vecteur  $\boldsymbol{\zeta}_\mu(n)$  :

$$\text{Cov}[\boldsymbol{\zeta}_\mu(n)] = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq \mu}}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N \mathbf{h}^{(m)}(i)\mathbf{h}^{(m)T}(i) \text{Var}[v_m(i)] + \sigma^2 \mathbf{I}_{N+L} \quad (9.19)$$

et  $E[\zeta_\mu(n)]$  est l'espérance mathématique du vecteur  $\zeta_\mu(n)$  :

$$E[\zeta_\mu(n)] = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq \mu}}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N \mathbf{h}^{(m)}(i) E[v_m(i)] \quad (9.20)$$

L'espérance mathématique d'un chip émis  $E[v_m(i)]$  peut être déterminée à partir de l'information a priori du chip émis  $L(v_m(i); I)$  :

$$E[v_m(i)] = P(v_m(i) = +1) - P(v_m(i) = -1) \quad (9.21)$$

$$= \tanh\left(\frac{L(v_m(i); I)}{2}\right) \quad (9.22)$$

A partir de l'espérance mathématique d'un chip, on peut déterminer sa variance avec :

$$\text{Var}[v_m(i)] = 1 - E^2[v_m(i)] \quad (9.23)$$

Donc, avec (9.18), l'information extrinsèque sur chaque chip émis,  $L(v_\mu(n); O)$ , peut être déterminée à partir du vecteur reçu,  $\mathbf{x}^{(0)}$ , et de l'information a priori  $L(v_\mu(n); I)$ .

La complexité du détecteur de chips gaussien (Gaussian Chip Detector (GCD)) est déterminé principalement par le calcul de l'inverse de la matrice de covariance  $\text{Cov}[\zeta_\mu(n)]$ . Sachant que la matrice de covariance est une matrice bande de largeur de bande  $2L + 1$  et que la complexité de l'algorithme d'inversion d'une matrice carré est proportionnelle avec le carré de la dimension de cette matrice, on peut considérer que la complexité du détecteur GCD augmente linéairement avec  $L^2$ , où  $L$  est l'ordre du canal [36]. Toutefois, la charge de calcul nécessaire peut être assez importante si la taille des vecteurs et des matrices impliquées est grande.

Pour pouvoir simplifier le calcul de l'inverse de la matrice de covariance on réécrit la relation (9.19) sous la forme :

$$\text{Cov}[\zeta_\mu(n)] = \text{Cov}[\mathbf{x}^{(0)}] - \mathbf{h}^{(\mu)}(n) \mathbf{h}^{(\mu)T}(n) \text{Var}[v_\mu(n)] \quad (9.24)$$

où  $\text{Cov}[\mathbf{x}^{(0)}]$  est une notation :

$$\text{Cov}[\mathbf{x}^{(0)}] = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N \mathbf{h}^{(m)}(i) \mathbf{h}^{(m)T}(i) \text{Var}[v_m(i)] + \sigma^2 \mathbf{I}_{N+L} \quad (9.25)$$

On s'aperçoit ainsi que la matrice  $\text{Cov}[\zeta_\mu(n)]$  est une perturbation de la matrice  $\text{Cov}[\mathbf{x}^{(0)}]$ , qui est la même pour tous les utilisateurs. A partir de cette observation, on peut déterminer  $\text{Cov}^{-1}[\zeta_\mu(n)]$  avec la formule de Sherman-Morrison-Woodbury [25, p. 50] :

$$\text{Cov}^{-1}[\zeta_\mu(n)] = \text{Cov}^{-1}[\mathbf{x}^{(0)}] - \frac{\text{Cov}^{-1}[\mathbf{x}^{(0)}] \mathbf{h}^{(\mu)}(n) \mathbf{h}^{(\mu)T}(n) \text{Cov}^{-1}[\mathbf{x}^{(0)}] \text{Var}[v_\mu(n)]}{1 + \mathbf{h}^{(\mu)T}(n) \text{Cov}^{-1}[\mathbf{x}^{(0)}] \mathbf{h}^{(\mu)}(n) \text{Var}[v_\mu(n)]} \quad (9.26)$$

Donc, dans la détermination de  $\text{Cov}^{-1}[\zeta_\mu(n)] \forall \mu \in \{1, 2, \dots, M\}$  et  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$  on fait l'inversion de la matrice  $\text{Cov}^{-1}[\mathbf{x}^{(0)}]$ , on garde cette matrice en mémoire, et on détermine  $\text{Cov}^{-1}[\zeta_\mu(n)]$  pour chaque  $\mu$  et  $n$  à partir de (9.26). Pour inverser la matrice  $\text{Cov}^{-1}[\mathbf{x}^{(0)}]$ , on peut utiliser la structure de matrice symétrique bande de  $\text{Cov}[\mathbf{x}^{(0)}]$ .

Nous avons donc présenté un détecteur multi-utilisateurs avec complexité réduite pour le système IDMA. Par rapport au détecteur multi-utilisateur basé sur l'algorithme MAP, avec une complexité  $2^{ML}$ , la complexité du détecteur GCD est  $L^2$ . Quelques détails d'implémentation numérique de ce détecteur ont été aussi discutés.

## Détecteur de chips gaussien simplifié

La complexité du détecteur GCD peut être réduite davantage si, dans la matrice de covariance  $\text{Cov} [\zeta_\mu(n)]$ , on garde uniquement les coefficients sur la diagonale principale de cette matrice. Cette approche est justifiée car, en général, les coefficients sur la diagonale principale ont des valeurs beaucoup plus grandes que les autres coefficients. Cette même approche est utilisée dans les détecteurs multi-utilisateurs pour les systèmes DS-CDMA, où la matrice de covariance des codes d'étalement est considérée comme étant une matrice diagonale [20, p. 248]. En gardant seulement les coefficients sur la diagonale principale de la matrice de covariance, nous considérons que le bruit additif, contenant l'interférence multi-utilisateurs et interchip, est gaussien et blanc. L'hypothèse que le bruit additif est blanc n'est pas valide à cause de la redondance introduite par le canal, mais les performances obtenues avec cette méthode sont très proches des performances obtenues avec la méthode non-simplifiée.

Avec cette simplification, la matrice de covariance  $\text{Cov} [\zeta_\mu(n)]$  a l'expression :

$$\text{Cov} [\zeta^{(\mu)}(n)] = \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq \mu}}^M \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq n}}^N \text{diag} (\mathbf{h}^{(m)}(i) \mathbf{h}^{(m)T}(i)) \text{Var} [v_m(i)] + \sigma^2 \mathbf{I}_{N+L} \quad (9.27)$$

Donc, l'information extrinsèque (9.18) s'écrit sous la forme :

$$L(v_\mu(n); O) = 2 \sum_{l=0}^L h_l^{(\mu)} \frac{y^{(0)}(n+l) - (\mathbf{E} [\mathbf{x}^{(0)}])_{n+l} + h_l^{(\mu)} \mathbf{E} [v_\mu(n)]}{(\text{Cov} [\mathbf{x}^{(0)}])_{n+l} - h_l^{(\mu)2} \text{Var} [v_\mu(n)]} \quad (9.28)$$

où  $\mu \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ ,  $(\mathbf{E} [\mathbf{x}^{(0)}])_{n+l}$  est le  $n+l$ -ième élément du vecteur  $\mathbf{E} [\mathbf{x}^{(0)}]$  définit sous la forme :

$$\mathbf{E} [\mathbf{x}^{(0)}] = \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N \mathbf{h}^{(m)}(i) \mathbf{E} [v_m(i)] \quad (9.29)$$

et  $(\text{Cov} [\mathbf{x}^{(0)}])_{n+l}$  est le  $n+l$ -ième élément situé sur la diagonale de la matrice  $\text{Cov} [\mathbf{x}^{(0)}]$  (9.27).

Comme le calcul de l'information extrinsèque (9.28) implique, dans ce cas, une somme de  $L+1$  valeurs, alors on peut affirmer que la complexité du détecteur GCD simplifié augmente linéairement avec l'ordre du canal  $L$  [36]. On obtient ainsi une réduction de la complexité, car dans le cas du détecteur GCD la complexité augmentait avec le carré de l'ordre du canal  $L^2$ . Le détecteur GCD simplifié a été souvent employé dans le système IDMA avec des performances proches du détecteur GCD [36].

## 9.4 Détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA

Initialement, l'algorithme PDA a été proposé dans les applications radar pour la poursuite des cibles [51] et ensuite, dans les communications numériques, en tant que détecteur multi-utilisateurs dans les systèmes DS-CDMA [50] et égaliseur turbo [52].

Dans la suite, nous allons montrer comment cet algorithme peut être employé dans le cadre du système IDMA. Nous verrons ainsi que le détecteur GCD, décrit précédemment, est un cas particulier du détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA.

L'algorithme PDA utilisé dans le cadre du détecteur multi-utilisateurs est basé, comme le détecteur GCD, sur l'hypothèse que l'interférence multi-utilisateur et inter-chip est une variable aléatoire gaussienne. La spécificité de ce détecteur vient du fait que, avant de fournir l'information extrinsèque vers les décodeurs mono-utilisateur, plusieurs itérations sont réalisées dans le détecteur multi-utilisateurs (Fig. 9.3).

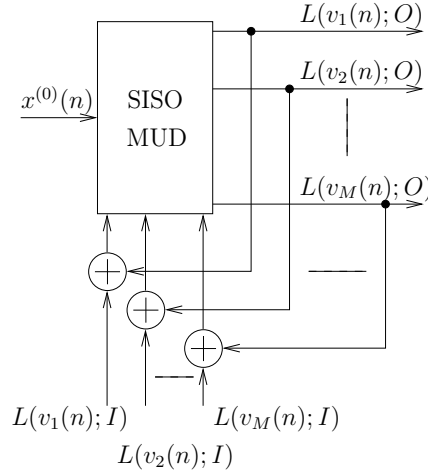


FIG. 9.3: Détecteur multi-utilisateur basé sur l'algorithme PDA

Ainsi, l'information extrinsèque du  $\mu$ -ième utilisateur,  $L(v_\mu(n); O)$ , est obtenue à partir de (9.18) ou (9.28). La différence par rapport au détecteur GCD est donnée par la manière dont l'espérance mathématique d'un chip émis,  $E[v_m(i)]$  (9.21), est déterminée. Dans ce cas, l'espérance mathématique d'un chip émis,  $E[v_m(i)]$ , est approximée par la relation (9.21) [52] :

$$E[v_m(i)] \approx P(v_m(i) = +1/\mathbf{x}^{(0)}) - P(v_m(i) = -1/\mathbf{x}^{(0)}) \quad (9.30)$$

$$\approx \tanh\left(\frac{\Lambda(v_m(i))}{2}\right) \quad (9.31)$$

où

$$\Lambda(v_m(i)) = L(v_m(i); I) + L(v_m(i); O) \quad (9.32)$$

est le rapport de vraisemblance logarithmique d'un chip émis (9.1).

Le but de cette approche est de pouvoir utiliser l'information a priori à l'entrée du décodeur multi-utilisateur,  $L(v_m(i); I)$ , (égale avec l'information extrinsèque fournie par les décodeurs mono-utilisateur) et l'information extrinsèque obtenue à la sortie du détecteur multi-utilisateurs,  $L(v_m(i); O)$ , pour obtenir une meilleure estimation de l'espérance mathématique (9.31) et ensuite de l'information extrinsèque.

L'algorithme PDA utilisé dans le détecteur multi-utilisateurs peut être synthétisé de la manière suivante :

1. Première itération : l'information extrinsèque à la sortie du détecteur multi-utilisateurs est nulle

$$L(v_m(i); O) = 0$$

$$\forall m \in \{1, 2, \dots, M\}, i \in \{1, 2, \dots, N\};$$



2. Basé sur l'information a priori à l'entrée du décodeur multi-utilisateurs,  $L(v_m(i); I)$ , et l'information extrinsèque à la sortie du détecteur multi-utilisateur,  $L(v_m(i); O)$ , on détermine l'espérance mathématique des chips émis (9.32), (9.31) :

$$E[v_m(i)] \approx \tanh\left(\frac{L(v_m(i); I) + L(v_m(i); O)}{2}\right)$$

3. Avec le vecteur d'échantillons reçus,  $\mathbf{x}^{(0)}$ , l'espérance mathématique  $E[v_m(i)]$  et la variance

$$\text{Var}[v_m(i)] = 1 - E^2[v_m(i)]$$

on peut déterminer l'information extrinsèque  $L(v_m(i); O)$  à partir de (9.18) ou (9.28) ;

4. Dernière itération : arrêt de l'algorithme, sinon : aller à l'étape numéro 2.

On peut s'apercevoir que l'algorithme PDA avec une seule itération est équivalent au détecteur GCD. Les autres itérations dans l'algorithme PDA permettent de mieux annuler l'interférence multi-utilisateurs et interchip et donc d'obtenir une meilleure estimation de l'information extrinsèque des chips émis.

Nous avons donc proposé une généralisation du détecteur GCD présenté précédemment. Dans le cadre de ce détecteur plusieurs itérations sont nécessaires avant de délivrer l'information extrinsèque vers le décodeurs mono-utilisateur. Une itération de la boucle principale de l'algorithme itératif de détection multi-utilisateur comprend donc plusieurs itérations dans la boucle secondaire de l'algorithme PDA du décodeur SISO MUD.

## 9.5 Performances du système

Dans cette section nous évaluons les performances du système IDMA avec récepteur itératif multi-utilisateurs. Les paramètres du système IDMA utilisés dans nos simulations sont synthétisés dans le tableau 8.1.

Dans un premier temps, nous avons évalué l'impact sur les performances du système IDMA avec détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP par rapport au cas où le détecteur GCD simplifié est employé. Nous avons choisi une configuration du système IDMA avec  $M = 2$  utilisateurs, pour pouvoir garder la complexité du détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP suffisamment réduite. Ainsi on peut s'apercevoir (Fig. 9.4) que la convergence de l'algorithme itératif de réception est plus rapide quand on utilise un détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP, mais, si le nombre d'itérations est suffisamment grand, les performances sont les mêmes avec les deux types de détecteurs multi-utilisateurs.

Avec les paramètres de simulation choisis, l'utilisation du détecteur GCD sans simplification est très complexe, car, dans le cadre de ce détecteur, il est nécessaire d'inverser une matrice carrée de taille  $N + L \times N + L = 38403 \times 38403$ . Pour pouvoir seulement garder en mémoire l'inverse de cette matrice il nous faut 11 giga octets de mémoire. Dans la suite nous avons donc utilisé uniquement le détecteur GCD simplifié.

Dans un deuxième temps nous avons évalué les performances du système IDMA avec  $M = 10$  utilisateurs et détecteur GCD simplifié par rapport à la situation où un détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA est utilisé.

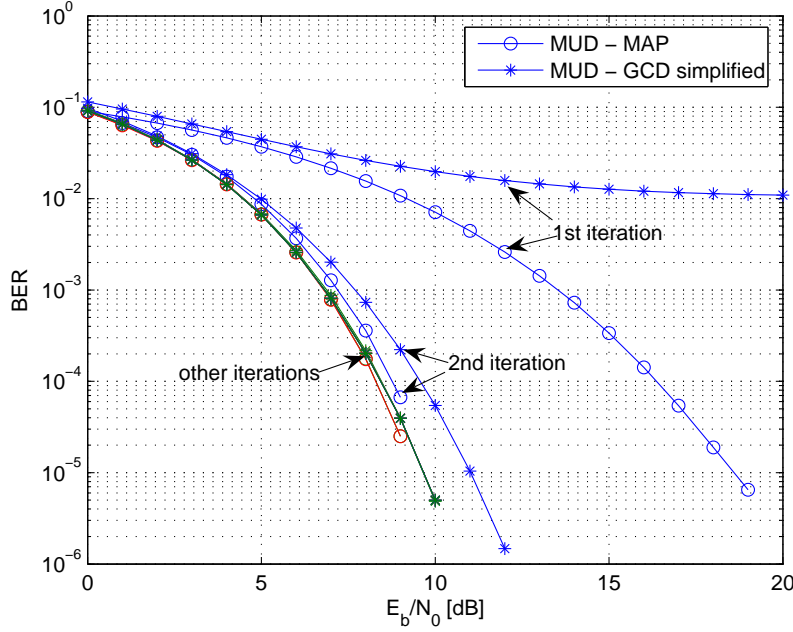


FIG. 9.4: Comparaison entre le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP et le détecteur GCD simplifié pour  $M = 2$  utilisateurs

Dans le cadre de l'algorithme itératif de réception avec détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA, nous utilisons pour les premières quatre itérations dans la boucle principale, une seule itération dans le détecteur multi-utilisateurs et pour les autres itérations dans la boucle principale, deux itérations dans le détecteur multi-utilisateurs. Ce choix peut être expliqué avec les diagrammes EXIT<sup>1</sup> (Fig. 9.5).

Ainsi, quand on utilise un détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA, avec deux itérations dans la boucle secondaire, il y a très tôt au cours des itérations un point d'intersection entre la caractéristique de transfert du détecteur multi-utilisateurs,  $I_E^{\text{MUD}} = \text{fct}(I_A^{\text{MUD}})$ , et la caractéristique de transfert du détecteur mono-utilisateur,  $I_E^{\text{SUD}} = \text{fct}(I_A^{\text{SUD}})$ . Ce point d'intersection signifie le fait que l'algorithme itératif de réception est bloqué après quelques itérations et les performances ne peuvent plus être améliorées si le nombre d'itérations augmente. D'autre part, quand le détecteur GCD est utilisé, ce point d'intersection se produit beaucoup plus tard au cours des itérations. Toutefois, l'utilisation du détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA a l'avantage que l'information mutuelle extrinsèque obtenue à la sortie,  $I_E^{\text{MUD}}$ , est plus grande que l'information mutuelle obtenue avec le détecteur GCD, si l'information mutuelle a priori à l'entrée du détecteur,  $I_A^{\text{MUD}}$ , est suffisamment grande. Cette propriété du détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA permet d'accélérer la convergence de l'algorithme itératif de réception. Basé sur ces observations nous avons choisi d'utiliser au début de l'algorithme itératif de réception le détecteur GCD et ensuite le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA. Le nombre d'itérations après lequel on change le détecteur peut être déterminé à partir des diagrammes EXIT et, dans notre cas, est de quatre itérations (Fig. 9.5).

Nous avons évalué les performances du système IDMA en termes de BER en utilisant

<sup>1</sup>La caractéristique de transfert du détecteur multi-utilisateurs,  $I_E^{\text{MUD}} = \text{fct}(I_A^{\text{MUD}})$ , est obtenue en faisant la moyenne des informations mutuelles extrinsèques de tous les utilisateurs

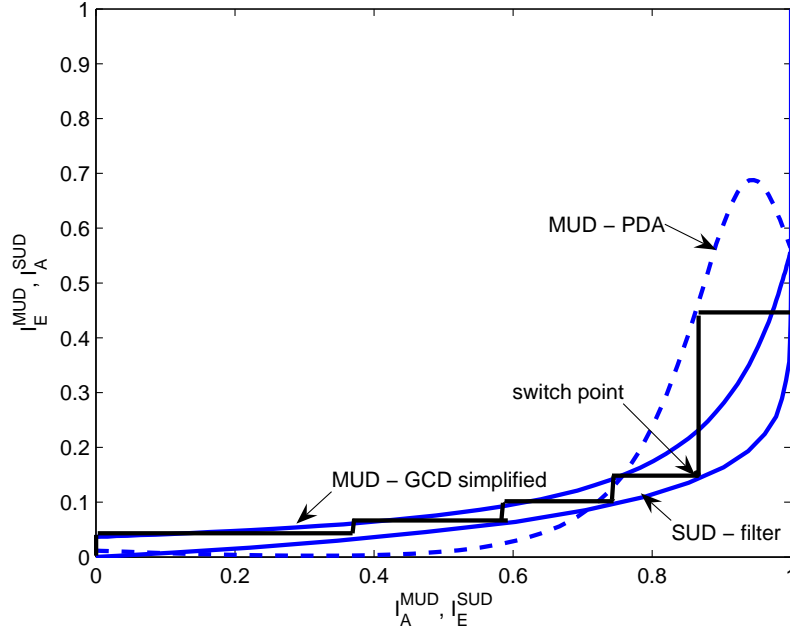
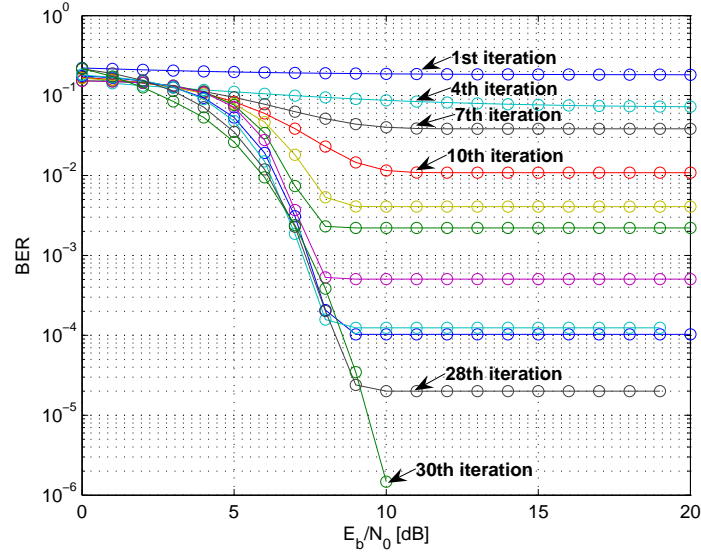


FIG. 9.5: Diagramme EXIT du récepteur itératif multi-utilisateurs à un rapport signal à bruit  $\frac{E_b}{N_0} = 10$  dB

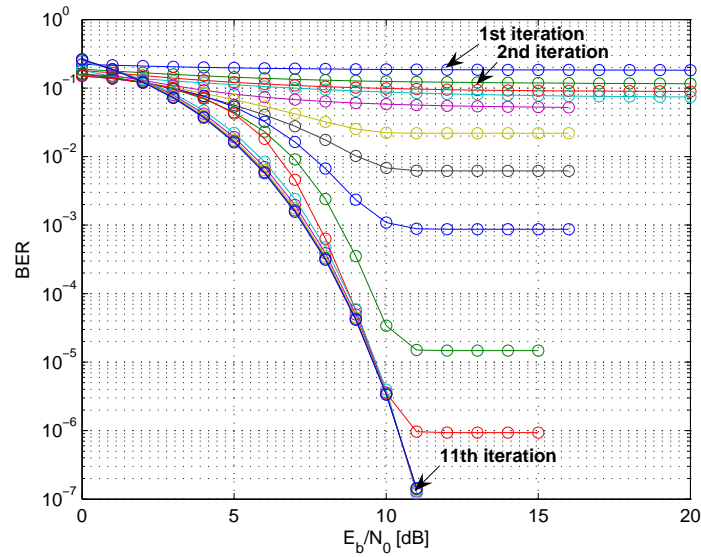
le détecteur GCD et le détecteur multi-utilisateur basé sur l'algorithme PDA employé dans la manière décrite ci-dessus (Fig. 9.6). Le système IDMA avec détecteur GCD a besoin de 30 itérations pour obtenir les meilleures performances, tandis que, avec détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA, le nombre d'itérations est de 11. Donc le détecteur multi-utilisateurs que nous avons proposé permet d'accélérer la convergence de l'algorithme itératif de réception. De plus la complexité du récepteur itératif avec détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA est beaucoup plus réduite que la complexité du récepteur itératif avec détecteur GCD. Dans notre cas, dans le récepteur itératif multi-utilisateurs (Fig. 9.1), avec détecteur GCD, on utilise 30 fois le MUD et 30 fois le SUD, tandis que, avec détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA (Fig. 9.3), on utilise  $4 + 2 \cdot 7 = 18$  fois le MUD et 11 fois le SUD.

Il est intéressant d'observer le gain en BER obtenu pour un rapport signal à bruit,  $\frac{E_b}{N_0}$ , fixé, dans le système IDMA avec récepteur itératif multi-utilisateurs (Fig. 9.6), par rapport au système IDMA ou DS-CDMA avec récepteur Rake (Fig. 7.7). Mais le système IDMA avec récepteur itératif multi-utilisateurs est plus approprié d'être comparé avec le système DS-CDMA avec récepteurs multi-utilisateurs (itératifs ou non). Celle-ci sera une autre direction future de recherche.

Nous avons donc évalué par simulation les performances du système IDMA avec plusieurs récepteurs itératifs multi-utilisateurs. Nous avons montré que le détecteur multi-utilisateurs optimal, basé sur l'algorithme MAP, peut être remplacé par un détecteur sous-optimal avec complexité réduite, le détecteur GCD simplifié, mais la convergence de l'algorithme itératif de réception est plus lente dans ce dernier cas. Nous avons aussi montré que le détecteur multi-utilisateurs proposé, basé sur l'algorithme PDA, permet d'accélérer la convergence de l'algorithme itératif de réception et aussi de diminuer la complexité globale du récepteur itératif multi-utilisateurs.



(a)



(b)

FIG. 9.6: Les performances du système IDMA avec  $M = 10$  utilisateurs et (a) détecteur GCD simplifié (b) détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA

## 9.6 Conclusion

Dans ce chapitre les détecteurs multi-utilisateurs pour le système IDMA ont été présentés. Tous d'abord, l'architecture générale du récepteur itératif multi-utilisateurs a été introduite. Ensuite nous avons montré comment l'algorithme MAP peut être employé dans ce récepteur multi-utilisateurs itératif. Nous avons vu que la complexité du détecteur multi-utilisateurs avec algorithme MAP est trop élevée pour les applications pratiques. Nous avons donc cherché des détecteurs avec complexité réduite. Un détecteur simplifié est le détecteur GCD, déjà proposé dans la littérature. Ce détecteur est basé sur l'hypothèse que l'interférence multi-utilisateurs et inter-chip est un bruit gaussien. La complexité de ce détecteur peut être réduite davantage en gardant uniquement la diagonale principale de la matrice de covariance du signal reçu. Nous avons ensuite proposé un détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA. Ce détecteur peut être vu comme un cas plus général de détecteur GCD.

Les performances du système IDMA avec récepteur itératif multi-utilisateurs ont été évaluées par simulation. Nous avons montré que la convergence de l'algorithme itératif de réception est plus lente avec détecteur GCD simplifié par rapport au cas où un détecteur basé sur l'algorithme MAP est employé. Pour accélérer la convergence de l'algorithme itératif de réception, le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA peut être employé. De plus, l'utilisation de ce détecteur permet de réduire la complexité globale du récepteur itératif multi-utilisateurs.

Les détecteurs avec complexité réduite ne permettent pas l'utilisation d'un précodeur avant le canal de chaque utilisateur, comme dans le cas de l'égalisation turbo. Des travaux futures sont nécessaires pour trouver des détecteurs multi-utilisateurs avec complexité réduite qui pourront profiter de la présence du précodeur.



# Conclusion générale et perspectives

Notre travail a été une continuation des travaux déjà réalisés au sein de notre laboratoire concernant l'application des filtres LPTV dans les communications numériques. Notre but a été d'appliquer les changements d'horloge périodiques (PCCs), en tant que cas particulier des filtres LPTV, à la conception des systèmes d'accès multiple. Notre étude s'est focalisé sur une sous classe des PCCs : les entrelaceurs bloc. Nous avons étudié, dans un premier temps, un système d'accès multiple basé sur les entrelaceurs bloc (matriciels ou circulaires), précédemment proposé dans une autre thèse, et ensuite un système d'accès multiple basé sur les permutations aléatoires, dont l'étude a déjà été commencée dans notre laboratoire.

Ainsi, nous avons organisé notre thèse en trois parties. Dans la première partie une étude bibliographique des filtres LPTV et des systèmes d'accès multiple a été réalisée. Ensuite, dans la deuxième partie, le système d'accès multiple fondé sur des entrelaceurs bloc est étudié et finalement, dans la troisième partie, le système fondé sur des permutations aléatoires est discuté et amélioré.

La première partie comprend trois chapitres. Dans le premier chapitre nous avons présenté les filtres LPTV à temps discret et des changements d'horloge périodiques (PCCs). Les relations entrée-sortie des filtres LPTV dans le domaine temporel et fréquentiel ont été tout d'abord présentées. La structure équivalente à base de filtre modulateurs a été aussi décrite. Ensuite, un cas particulier important des filtres LPTV a été présenté : les PCCs. Nous avons montré l'équivalence entre un PCC à temps discret et un entrelaceur périodique. Nous nous sommes concentrés ensuite sur une sous classe d'entrelaceurs périodiques, souvent utilisée dans les communications numériques, les entrelaceurs bloc. Nous avons décrit plusieurs exemples d'entrelaceurs bloc : l'entrelaceur aléatoire, l'entrelaceur d'étalement, l'entrelaceur matriciel et l'entrelaceur circulaire. L'effet des filtres LPTV sur les processus stationnaires d'entrée a été aussi présenté. Nous avons montré que, si à l'entrée du filtre LPTV on a une réalisation d'un processus stationnaire, à la sortie le signal est la réalisation d'un processus cyclostationnaire de même période que le filtre LPTV. Une expression pour la densité spectrale de puissance de la version stationnarisée du signal à la sortie du filtre LPTV a été déduite. Basé sur ce résultat nous avons montré la capacité d'étalement des filtres LPTV. L'expression théorique de la densité spectrale de puissance dans le cas particulier d'un signal entrelacé par un entrelaceur aléatoire a été aussi présenté.

Dans le deuxième chapitre, une brève présentation des canaux de propagation utilisés dans les communications radio mobiles a été réalisée. Ces canaux de propagation ont été utilisés dans les systèmes d'accès multiple étudiés dans cette thèse. Le modèle général à temps discret du canal de propagation a été déduit et ensuite ce modèle est simplifié pour obtenir un canal de propagation représentable sous la forme d'un filtre FIR. L'effet de la dispersion temporelle et de la vitesse de variation du canal a

été caractérisé en utilisant la fonction d'autocorrélation de la réponse impulsionnelle du canal. Plusieurs paramètres permettant de caractériser le canal de propagation ont été discutés. Les modèles statistiques de canaux de propagation, représentés par les distributions de Rayleigh et Rice, ont été aussi décrits.

Le troisième chapitre représente une étude bibliographique des plusieurs techniques d'accès multiple, notamment celles qui seront utilisées dans la suite pour réaliser des comparaisons avec les systèmes d'accès multiple proposés dans cette thèse. Le système d'accès multiple DS-CDMA a été tout d'abord décrit. Le choix des séquences d'étalement, le récepteur Rake et les récepteurs multi-utilisateurs ont été brièvement discutés. Ensuite, un système d'accès multiple semblable au système DS-CDMA et basé sur des séquences orthogonales et entrelaceurs matriciels (CIBS-CDMA) a été présenté. Ce système a une interférence multi-utilisateurs nulle grâce à une introduction périodique de zéros à l'émission et avec des utilisateurs quasi-synchrones. Un autre système d'accès multiple, basé sur des séquences d'étalement et porteuses multiples (MC-CDMA), a été aussi présenté. L'atténuation de l'effet du canal de propagation avec l'insertion d'un préfixe cyclique et l'utilisation de la modulation multiporteuse (OFDM) a été décrite.

Dans la deuxième partie le système d'accès multiple fondé sur des entrelaceurs bloc (matriciels ou circulaires) a été étudié au long de trois chapitres. Le quatrième chapitre représente une description générale du système d'accès multiple proposé. Cette description nous permet d'introduire les problèmes posés par ce système, leurs résolution étant ensuite discuté au long de cette deuxième partie. Dans notre système, l'orthogonalité des utilisateurs est obtenue avec des fréquences porteuses différentes. Les signaux modulés sont ensuite étalés par des entrelaceurs bloc. On a montré que la présence des entrelaceurs bloc et du canal à multitrajets dans la chaîne de transmission fait que le signal reçu est affecté par une somme de PCCs. Le canal équivalent (entrelaceur bloc, canal à multitrajets, entrelaceur bloc inverse) de cette chaîne a un caractère variant dans le temps et donc les techniques classiques d'égalisation ne peuvent pas être utilisées directement. Une technique d'annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent, précédemment proposée pour le système CIBS-CDMA, est ensuite adapté dans notre système. Initialement cette technique a été proposé pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels. Nous avons généralisé cette technique pour des entrelaceurs bloc avec structure spécifique (entrelaceurs matriciels et circulaires). Avec cette technique d'ajout de zéros, le canal équivalent est invariant dans le temps. Le canal équivalent est toujours un canal à multitrajets, mais avec des retards  $Q$  fois plus grands que les retards rencontrés dans le canal initial, où  $Q$  est le nombre de colonnes de l'entrelaceur bloc. Nous avons aussi montré comment cette technique d'ajout de zéros peut être adaptée au système d'accès multiple proposé. On a montré que, si les utilisateurs sont quasi-synchrones et les entrelaceurs bloc utilisés ont la même période, alors un système d'accès multiple sans interférence multi-utilisateurs est obtenu. Ainsi, des techniques classiques d'égalisation peuvent être utilisées. Le choix des paramètres du système proposé, en fonction de différentes contraintes imposées (orthogonalité des utilisateurs, capacité d'étalement des entrelaceurs, annulation du caractère variant dans le temps du canal équivalent), a été aussi discuté.

Dans le cinquième chapitre nous avons discuté l'adaptation des techniques d'égalisation à la forme particulière de la réponse impulsionnelle du canal équivalent dans notre système. Tout d'abord, le modèle du canal équivalent a été déduit et ensuite l'adaptation des égaliseurs DFE et MLSE a été présentée. Les performances du système proposé,



dans différentes configurations et par rapport aux systèmes d'accès multiple présentés dans le troisième chapitre, ont été évaluées par simulation. Nous avons montré que l'interférence multi-utilisateurs est plus faible par rapport au système DS-CDMA. Dans des canaux à multitrajets et avec utilisateurs asynchrones, on peut utiliser un égaliseur, mais les performances sont limitées par l'interférence multi-utilisateurs. L'interférence multi-utilisateurs dans le système LPTVMA peut être complètement éliminée lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones. Dans ce cas les performances du système LPTVMA sont proches de celles du système CIBS-CDMA et meilleures que celles du système MC-CDMA.

Dans le sixième chapitre nous avons proposé une technique de synchronisation originale pour le système LPTVMA. L'originalité de notre approche consiste dans la détermination, à l'aide de la théorie des filtres LPTV, d'une expression théorique pour la puissance reçue en fonction du retard de transmission dans le cas particulier d'un entrelaceur matriciel et ensuite circulaire. Basé sur la variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission, nous avons aussi expliqué la faible interférence multi-utilisateurs dans notre système. On peut aussi s'apercevoir que l'entrelaceur matriciel détermine la plus faible interférence multi-utilisateurs par rapport à l'entrelaceur circulaire. L'expression théorique de la puissance reçue a été utilisée dans la suite dans le cadre d'une boucle d'avance-retard pour synchroniser les entrelaceurs bloc d'émission et de réception. Nous avons montré que la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc peut être synchronisée en deux étapes : acquisition et poursuite. La condition nécessaire pour que la chaîne de transmission puisse être synchronisée avec cette technique est que la puissance reçue ait une variation monotone pour un retard de transmission suffisamment petit. Les entrelaceurs matriciel et circulaire satisfont cette condition.

La troisième partie de cette thèse a été dédiée au système d'accès multiple fondé sur des permutations aléatoires. Suivant le modèle de la partie précédente, dans le septième chapitre nous avons décrit le modèle en temps discret du système d'accès multiple avec permutations aléatoires. Le signal suréchantillonné de chaque utilisateur est filtré par un filtre de mise en forme et ensuite entrelacé. Contrairement au système LPTVMA, ici l'orthogonalité des utilisateurs et l'étalement spectral est réalisé à l'aide des permutations aléatoires différentes. Cette approche simplifie l'émetteur et rend plus faisable l'implémentation des techniques itératives de réception. Les techniques itératives de réception ont été le but principal de cette troisième partie et ont été étudiées dans les chapitres suivants. Pour pouvoir implémenter les techniques itératives de réception, nous avons proposé une technique d'ajout de zéros pour éliminer l'interférence entre les blocs des chips obtenus après l'entrelacement. Le système d'accès multiple basé sur permutations aléatoires est semblable avec un système DS-CDMA, où les séquences d'étalement et de scrambling sont remplacées par les permutations aléatoires. Les performances du système avec permutations aléatoires et récepteur Rake sont très proches de celles du système DS-CDMA.

Dans le huitième chapitre, nous avons étudié les récepteurs itératifs mono-utilisateur. Tout d'abord, un module de décodage SISO a été décrit. Ce module est la composante de base des récepteurs itératifs présentés dans la suite. Le module de décodage SISO a été ensuite spécifié dans le cas du filtre de mise en forme employé dans le système proposé. L'égalisation turbo sans et avec précodeur a été ensuite brièvement décrite. De plus, les diagrammes EXIT, utiles dans l'étude de la convergence de l'algorithme itératif de réception, ont été décrits. Nous pouvons considérer que le système d'accès

multiple proposé avec récepteur itératif est une généralisation des principes d'égalisation turbo dans un contexte multi-utilisateurs. D'ici l'idée d'utiliser un égaliseur turbo en tant que récepteur itératif mono-utilisateur. Les performances du système d'accès multiple avec égaliseur turbo ont été étudiées à l'aide des simulations. Nous avons proposé l'utilisation d'un précodeur devant le canal à multitrajets pour obtenir des bonnes performances dans notre système. Notre choix est justifié par le fait que la chaîne de transmission, représentée par le filtre de mise en forme, l'entrelaceur et le précodeur, est équivalente avec un code RA. Les codes RA ont des performances voisines des codes turbo à un rapport signal sur bruit faible et donc peuvent être utilisés dans un système d'accès multiple où l'interférence multi-utilisateurs est considéré comme un autre bruit additif.

Les principes présentés dans le chapitre précédent ont été développés dans le neuvième chapitre dans le cas des récepteurs itératifs multi-utilisateurs. Tout d'abord, l'architecture générale d'un détecteur multi-utilisateurs a été décrite. Ensuite, le détecteur multi-utilisateurs optimal, basé sur l'algorithme MAP, a été présenté. Comme, dans le cas multi-utilisateurs, la complexité de ce détecteur est trop élevée, un détecteur multi-utilisateurs sous-optimal, avec complexité réduite, a été présenté. Ce détecteur, déjà proposé dans la littérature, est basé sur l'hypothèse que l'interférence multi-utilisateurs et interchip est un bruit gaussien. Nous avons amélioré ce détecteur en employant l'algorithme PDA dans le détecteur multi-utilisateurs. Le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA est un cas plus général de détecteur GCD, présenté précédemment. Nous avons comparé par simulations les détecteurs multi-utilisateurs discutés dans ce chapitre. Nous avons montré que la convergence du récepteur itératif multi-utilisateurs est plus lente avec un détecteur GCD (on a besoin d'un nombre plus grand d'itérations) par rapport au cas où un détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme MAP est employé. Nous avons aussi montré que la convergence du récepteur itératif peut être accéléré si le détecteur GCD est remplacé par le détecteur multi-utilisateurs basé sur l'algorithme PDA. De plus, l'utilisation du détecteur multi-utilisateurs que nous avons proposé permet de réduire davantage la complexité du récepteur itératif.

Le travail effectué dans cette thèse laisse ouvertes d'autres directions possibles de recherche. En ce qui concerne le système fondé sur des entrelaceurs bloc, une direction de recherche est représentée par le choix de l'entrelaceur bloc pour minimiser l'interférence multi-utilisateurs. Un autre problème ouvert est l'étude du comportement de l'algorithme de synchronisation, proposé dans le sixième chapitre, dans un canal à multitrajets. Dans le cas du système fondé sur des permutations aléatoires, une direction de recherche est l'adaptation des détecteurs itératifs multi-utilisateurs, avec complexité réduite, pour pouvoir utiliser un précodeur avant le canal à multitrajets. Nous croyons que dans ce cas les performances du système seront améliorées. De plus, il reste encore à comparer les performances du système IDMA avec le système DS-CDMA dans le cas où des récepteurs itératifs multi-utilisateurs sont employés. Les directions de recherche offertes par le système IDMA sont encore nombreuses, comme par exemple le choix de la permutation aléatoire pour assurer l'orthogonalité des utilisateurs, le choix de la longueur de la permutation aléatoire pour minimiser le retard de transmission introduit par celle-ci ou encore le choix du codeur mono-utilisateur (nous avons utilisé seulement un filtre de mise en forme alternance de  $+1$  et  $-1$ , mais d'autres choix sont possibles).

# Bibliographie

- [1] D. McLernon, “One-dimensional linear periodically time-varying structures : derivations, interrelationships and properties,” *IEE Proceedings - Vision, Image & Signal Processing*, vol. 149, Oct. 1999.
- [2] S. Akkarakaran and P. Vaidyanathan, “Bifrequency and bispectrum maps : A new look at multirate systems with stochastic inputs,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, pp. 723–736, Mar. 2000.
- [3] B. Lacaze, *Processus aléatoires pour communications numériques*. Hermès Science Publications, 2000.
- [4] W. Chauvet, *Etude des filtres LPTV numériques. Applications aux communications numériques*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2004.
- [5] R. Garelo, G. Montorsi, S. Benedetto, and G. Cancellieri, “Interleaver properties and their applications to the trellis complexity analysis of turbo codes,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, pp. 793–807, May 2001.
- [6] J. L. Ramsey, “Realization of optimum interleavers,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. IT-16, pp. 338–345, May 1970.
- [7] O. Y. Takeshita and D. J. Costello, Jr., “New deterministic interleaver designs for turbo codes,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 46, pp. 1988–2006, Sept. 2000.
- [8] D. Roviras, B. Lacaze, and N. Thomas, “Effects of discrete LPTV filters on stationary signals,” in *Proc. ICASSP*, 2002. Orlando, USA.
- [9] J. Woodard and L. Hanzo, “Comparative study of turbo decoding techniques : an overview,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 49, no. 6, pp. 2208–2233, 2000.
- [10] D. Divsalar and F. Pollara, “Multiple turbo codes for deep-space communications.” JPL, TDA progress report 42-121, May 1995.
- [11] G. H. Hardy and E. M. Wright, *An introduction to the theory of numbers*. Oxford University Press, fifth ed., 1979.
- [12] B. Lacaze and D. Roviras, “Effect of random permutations applied to random sequences and related applications,” *Signal Processing*, vol. 82, pp. 821–831, 2002.
- [13] W. Chauvet, D. Roviras, and B. Lacaze, “Study of the effects of interleavers on the power spectral density : application to the matrix interleaver,” in *Proc. ICASSP*, 2006. Toulouse, France.
- [14] 3rd Generation Partnership Project ; Technical Specification Group Radio Access Networks ; Deployment Aspects (Release 5), “3GPP TR 25.943 v5.1.0,” June 2002.

- 
- [15] J. G. Proakis, *Digital Communications*. New York : McGraw-Hill, fourth ed., 2001.
  - [16] "Channel models for fixed wireless applications." IEEE 802.16 Broadband Wireless Access Working Group, [http ://ieee802.org/16](http://ieee802.org/16), July 2001.
  - [17] D. V. Sarwate and M. B. Pursley, "Crosscorrelation properties of pseudorandom and related sequences," *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, May 1980.
  - [18] E. Dahlman, B. Gudmundson, M. Nilsson, and J. Skold, "UMTS/IMT-2000 based on wideband CDMA." *IEEE Communications Magazine*, Sept. 1998.
  - [19] A. Duel-Hallen, J. Holtzman, and Z. Zvonar, "Multiuser detection for CDMA systems," *Personal Communications, IEEE [see also IEEE Wireless Communications]*, vol. 2, no. 2, pp. 46–58, 1995.
  - [20] S. Verdu, *Multiuser detection*. Cambridge university press, 1998.
  - [21] S. Zhou, G. B. Giannakis, and C. Le Martret, "Chip-interleaved block-spread code division multiple access," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, pp. 235–248, Feb. 2002.
  - [22] Z. Wang and G. B. Giannakis, "Wireless multicarrier communications : where Fourier meets Shannon," *IEEE Signal Processing Magazine*, pp. 29–48, May 2000.
  - [23] S. Hara and R. Prasad, "Overview of multicarrier CDMA," *IEEE Communications Magazine*, pp. 126–133, Dec. 1997.
  - [24] W. Zou and Y. Wu, "COFDM : an overview," *IEEE Transactions on Broadcasting*, vol. 41, no. 1, pp. 1–8, 1995.
  - [25] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix computations*. The Johns Hopkins University Press, 1996.
  - [26] S. Hara and R. Prasad, "Design and performance of multicarrier CDMA system in frequency-selective Rayleigh fading channels," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 48, pp. 1584–1595, Sept. 1999.
  - [27] A. Chouly, A. Brajal, and S. Jourdan, "Orthogonal multicarrier techniques applied to direct sequence spread spectrum CDMA systems," in *GLOBECOM '93*, pp. 1723–1728 vol.3, 1993.
  - [28] U. Sorger, I. De Broeck, and M. Schnell, "Interleaved FDMA-a new spread-spectrum multiple-access scheme," in *ICC 98. Conference Record.1998 IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, pp. 1013–1017 vol.2, 1998.
  - [29] N. C. McGinty, R. A. Kennedy, and P. Hoeher, "Parallel trellis Viterbi algorithm for sparse channels," *IEEE Communications Letters*, vol. 2, pp. 143–145, May 1998.
  - [30] A. Duel-Hallen and C. Heedgard, "Delayed decision-feedback sequence estimation," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 37, pp. 428–436, May 1989.
  - [31] 3rd Generation Partnership Project ; Technical Specification Group Radio Access Network ; Spreading and modulation (FDD) (Release 7), "3GPP TS 25.213 v7.0.0," Mar. 2006.
  - [32] M. Coulon and D. Roviras, "Multi-user detection for random permutation-based multiple access," in *Proc. ICASSP*, 2003.
  - [33] M. Coulon and D. Roviras, "MMSE joint detection for an asynvchronous spread-spectrum system based on random permutations," in *Proc. ICASSP*, 2004.

- [34] L. Ping, L. Liu, K. Y. Wu, and W. K. Leung, "A unified approach to multiuser detection and space-time coding with low complexity and nearly optimal performance," *40th Allerton Conference*, pp. 170–179, Oct. 2002.
- [35] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding : turbo-codes," in *Proceedings of ICC'93*, pp. 1064–1070, May 1993. Geneva, Switzerland.
- [36] L. Liu and L. Ping, "Iterative detection of chip interleaved CDMA systems in multipath channels," *Electronics letters*, vol. 40, pp. 884–886, July 2004.
- [37] S. Tachikawa, K. Toda, T. Isikawa, and G. Marubayashi, "Direct sequence/spread spectrum communications systems using chip interleaving and its applications for high-speed data transmission on power lines," *IEICE*, vol. 74-B-1, pp. 343–351, Apr. 1991.
- [38] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," *IEEE Transactions on Information Theory*, pp. 284–287, Mar. 1974.
- [39] R. H. Mahadevappa and J. G. Proakis, "Mitigating multiple access interference and intersymbol interference in uncoded CDMA systems with chip-level interleaving," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, pp. 781–792, Oct. 2002.
- [40] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, and A. Glavieux, "Iterative correction of intersymbol interference : turbo-equalization," *European Trans. Telecomm.*, pp. 507–511, Sept. 1995.
- [41] R. Koetter, A. C. Singer, and M. Tüchler, "Turbo equalization : an iterative equalization and decoding technique for coded data transmission," *IEEE Signal Processing Magazine*, Jan. 2004.
- [42] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Motorsi, and F. Pollara, "Serial concatenation of interleaved codes : performances analysis, design and iterative decoding," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, pp. 909–926, May 1998.
- [43] I. Lee, "The effect of a precoder on serially concatenated coding systems with an isi channel," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, no. 7, pp. 1168–1175, 2001.
- [44] S. ten Brink, "Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 49, pp. 1727–1737, Oct. 2001.
- [45] M. Tüchler, S. ten Brink, and J. Hagenauer, "Measures for tracing convergence of iterative decoding algorithms," in *Proc. 4th Int. ITG Conf. Source and Channel Coding*, pp. 53–60, Jan. 2002. Berlin, Germany.
- [46] D. Divsalar, H. Jin, and R. J. McEliece, "Coding theorems for "turbo like" codes." 36th Allerton Conference on Communications, Control and Computing, Sept. 1998.
- [47] H. Jin, A. Khandekar, and R. J. McEliece, "Irregular repeat-accumulate codes." Second International Conference on Turbo Codes, Brest, France, Sept. 2000.
- [48] L. Liu, W. K. Leung, and L. Ping, "Simple iterative chip-by-chip multiuser detection for CDMA systems," in *Vehicular Technology Conference, 2003. VTC 2003 Spring. The 57th IEEE Semiannual*, vol. 3, pp. 2157–2161, Apr. 2003.

- [49] W. K. Leung, L. Liu, and L. Ping, "Interleaving-based multiple access and iterative chip-by-chip multiuser detection," *IEICE Trans. on Commun.*, vol. E86-B, pp. 3634–3637, Dec. 2003.
- [50] J. Luo, K. Pattipati, P. Willett, and F. Hasegawa, "Near-optimal multiuser detection in synchronous CDMA using probabilistic data association," *Communications Letters, IEEE*, vol. 5, no. 9, pp. 361–363, 2001.
- [51] Y. Bar-Shalom, "Tracking methods in a multitarget environment," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. AC-23, pp. 618–626, Aug. 1978.
- [52] Y. Yin, Y. Huang, and J. Zhang, "Turbo equalization using probabilistic data association," in *Global Telecommunications Conference, 2004. GLOBECOM '04. IEEE*, vol. 4, pp. 2535–2539 Vol.4, 2004.
- [53] J. G. Proakis and D. G. Manolakis, *Digital signal processing : principles, algorithms, and applications*. Prentice-Hall, Inc., third ed., 1996.

## Quatrième partie

### Annexes





## Annexe A

### Structure équivalente avec filtres modulateurs d'un filtre LPTV

Soit un filtre LPTV de période  $N$  décrit par la relation entrée-sortie :

$$v(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_{n-k}(\underline{n}_N) u(k) \quad (\text{A.1})$$

On pose  $U(z)$  et  $V(z)$  les transformées en  $\mathcal{Z}$  du signal d'entrée  $u(n)$ , respectivement de sortie  $v(n)$  du filtre LPTV et  $C_{\underline{n}_N}(z)$  la transformée en  $\mathcal{Z}$  de  $h_k(\underline{n}_N)$ .

Le filtre LPTV peut alors être représenté sous la forme d'une structure équivalente avec des filtres modulateurs de relation entrée-sortie :

$$V(z) = \sum_{p=0}^{N-1} U(W_N^p z) T_p(z) \quad (\text{A.2})$$

où

$$T_p(z) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} C_r(W_N^p z) W_N^{pr} \quad (\text{A.3})$$

est la fonction de transfert du  $p$ -ième filtre modulateur.

*Démonstration.* On pose

$$v_k(n) = v(nN + k) \quad (\text{A.4})$$

$\forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

En remplaçant dans (A.1)  $n \in \mathbb{Z}$  par  $pN + r$ ,  $p \in \mathbb{Z}$ ,  $r \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  on obtient :

$$v_r(p) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k) h_{pN+r-k}(r) \quad (\text{A.5})$$

On fait l'observation que, dans (A.5), le signal  $u(k)$  est filtré par le filtre de réponse impulsionnelle  $h_k(r)$ . Après ce filtrage, le signal résultant,

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k) h_{n-k}(r) \quad (\text{A.6})$$

est décalé avec  $r$  échantillons et sous-échantillonné avec un facteur de  $N$  [53, p. 784] :

$$\begin{aligned} x(n) &\longrightarrow x(n+r) \longrightarrow x(pN+r) \\ \uparrow \mathcal{Z} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

$$X(z) \longrightarrow z^r X(z) \longrightarrow \frac{z^{\frac{r}{N}}}{N} \sum_{p=0}^{N-1} X(W_N^p z^{\frac{1}{N}}) W_N^{pk} \quad (\text{A.8})$$

Donc, en prenant la transformée en  $\mathcal{Z}$  de (A.5) et avec (A.8), on obtient :

$$V_r(z) = \frac{z^{\frac{r}{N}}}{N} \sum_{p=0}^{N-1} U(W_N^p z^{\frac{1}{N}}) C_r(W_N^p z^{\frac{1}{N}}) W_N^{pr} \quad (\text{A.9})$$

D'autre part, on peut écrire  $V(z) \xleftrightarrow{\mathcal{Z}} v(n)$  en fonction de  $V_l(z) \xleftrightarrow{\mathcal{Z}} v_l(n)$  sous la forme :

$$V(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} v(n) z^{-n} = \quad (\text{A.10})$$

$$= \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \sum_{r=0}^{N-1} v(pN+r) z^{-pN-r} = \quad (\text{A.11})$$

$$= \sum_{r=0}^{N-1} z^{-r} V_r(z^N) \quad (\text{A.12})$$

Avec (A.9) et (A.12), on obtient

$$V(z) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} U(W_N^p z) C_r(W_N^p z) W_N^{pr} \quad (\text{A.13})$$

Avec la notation :

$$T_p(z) = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} C_r(W_N^p z) W_N^{pr} \quad (\text{A.14})$$

on obtient la structure équivalente avec filtres modulateurs (A.2).

□

## Annexe B

### Système équivalent à temps discret d'un système de communication mono-utilisateur

*Soit un système de communication mono-utilisateur. Les symboles d'entrée,  $u(n) \in \mathbb{C}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  sont convertis numérique-analogique et filtrés par un filtre d'émission. Après la conversion numérique-analogique et le filtrage chaque symbole a une durée  $T$ . La réponse impulsionnelle du filtre d'émission est  $\varphi(t)$ . Le signal à la sortie du filtre d'émission,  $v(t)$ , est envoyé dans un canal de propagation modélisé par un filtre LTV à temps continu. Le canal de propagation est caractérisé par la fonction de Green  $g(t, \tau)$ . A la sortie du canal, le signal est affecté par un bruit additif  $z(t)$ . Le signal reçu,  $x(t)$ , est filtré par un filtre de réception,  $\bar{\varphi}(t)$ , et ensuite échantillonné avec la durée  $T$ . Le signal après échantillonnage est  $y(n)$ .*

*Alors, la relation entrée-sortie du système mono-utilisateur s'écrit*

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(n, k)u(k) + \eta(n) \quad (\text{B.1})$$

*où*

$$g(n, k) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\tau)p_k(nT - \tau)d\tau \quad (\text{B.2})$$

$$p_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau)\varphi(\tau - kT)d\tau \quad (\text{B.3})$$

*et*

$$\eta(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\varphi}(\tau)z(nT - \tau)d\tau \quad (\text{B.4})$$

*Démonstration.* A la sortie du filtre d'émission, le signal émis,  $v(t)$ , s'écrit

$$v(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k)\varphi(t - kT) \quad (\text{B.5})$$

A la réception, le signal reçu,  $x(t)$ , est

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) v(\tau) d\tau + z(t) \quad (\text{B.6})$$

On pose

$$p_k(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t, \tau) \varphi(\tau - kT) d\tau \quad (\text{B.7})$$

Alors, le signal reçu (B.6) s'écrit en fonction des symboles émis,  $u(n)$ , sous la forme :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k) p_k(t) + z(t) \quad (\text{B.8})$$

Finalement, le signal échantillonné,  $y(n)$ , est

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} u(k) \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\varphi}(\tau) p_k(nT - \tau) d\tau + \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\varphi}(\tau) z(nT - \tau) d\tau \quad (\text{B.9})$$

Avec la dernière expression, on obtient la relation donnée dans l'énoncé (B.1).

□

## Annexe C

### PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc

Soient  $u(n)$  et  $y(n)$  le signal d'entrée, respectivement de sortie d'une chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc. La permutation  $\pi(n)$  caractérise l'entrelaceur bloc d'émission,  $i \in \mathbb{Z}$  représente le retard de transmission exprimé en nombre d'échantillons et  $\pi^{-1}(n)$  est la permutation qui caractérise l'entrelaceur bloc inverse de réception.

Alors, la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc est équivalente à un PCC décrit par la relation entrée-sortie :

$$y(n) = u(n - f_i(n)) \quad (\text{C.1})$$

où  $f_i(n)$  est la fonction qui caractérise le PCC équivalent :

$$f_i(n) = \underline{n}_N + i + \underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N} - \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \pi(\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N}) = \quad (\text{C.2})$$

$$= \begin{cases} \underline{n}_N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N) + i - \underline{i}_N & \pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq \underline{i}_N, \\ \underline{n}_N + N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N + N) + i - \underline{i}_N & , \pi^{-1}(\underline{n}_N) < \underline{i}_N \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

*Démonstration.* Le signal à la sortie de l'entrelaceur bloc d'émission,  $v(n)$ , s'écrit :

$$v(n) = u(\pi(\underline{n}_N) + n - \underline{n}_N) \quad (\text{C.4})$$

D'autre part, le signal reçu, retardé avec  $i$  échantillons,  $x(n)$ , est :

$$\begin{aligned} x(n) &= v(n - i) = \\ &= u(n - i - \underline{n} - \underline{i}_N + \pi(\underline{n} - \underline{i}_N)) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Le signal, après l'entrelacement inverse,  $y(n)$ , est :

$$\begin{aligned} y(n) &= u(n - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N)) = \\ &= x(n - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N) - i - \underline{n} - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N + \\ &\quad + \pi(\underline{n} - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N)) \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Avec la notation :

$$\begin{aligned} f_i(n) &= \underline{n}_N - \pi^{-1}(\underline{n}_N) + i + \underline{n} - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N - \\ &\quad - \pi(\underline{n} - \underline{n}_N + \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N) \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

la relation entrée sortie de la chaîne avec entrelaceurs bloc s'écrit :

$$y(n) = u(n - f_i(n)) \quad (\text{C.8})$$

Comme  $n - \underline{n}_N$  est un multiple de  $N$ , on obtient :

$$f_i(n) = \underline{n}_N - \pi^{-1}(\underline{n}_N) + i + \underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N} - \pi(\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N}) \quad (\text{C.9})$$

Si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq \underline{i}_N$ , on a :

$$N > \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N \geq 0 \quad (\text{C.10})$$

d'où

$$\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N} = \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N \quad (\text{C.11})$$

Donc

$$f_i(n) = \underline{n}_N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N) + i - \underline{i}_N \quad (\text{C.12})$$

Si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) < \underline{i}_N$  on a :

$$N > \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N + N \geq N - \underline{i}_N \quad (\text{C.13})$$

d'où

$$\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i_N} = \pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N + N \quad (\text{C.14})$$

Donc

$$f_i(n) = \underline{n}_N + N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - \underline{i}_N + N) + i - \underline{i}_N \quad (\text{C.15})$$

On a ainsi démontré complètement les relations données dans l'énoncé.  $\square$

## Annexe D

### PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels

Soit une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels avec la relation entrée-sortie décrite par :

$$y(n) = u(n - f_i(n)) \quad (\text{D.1})$$

où  $u(n)$ ,  $y(n)$  est le signal d'entrée, respectivement de sortie de la chaîne,

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{n}_N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i) & \pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i, \\ \underline{n}_N + N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N) & \pi^{-1}(\underline{n}_N) < i \end{cases} \quad (\text{D.2})$$

est la fonction qui caractérise le PCC équivalent,  $i \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$  représente le retard de transmission exprimé en nombre d'échantillons,

$$\pi(n) = Q\underline{n}_P + \frac{n - \underline{n}_P}{P} \quad (\text{D.3})$$

est la permutation qui caractérise l'entrelaceur matriciel d'émission et

$$\pi^{-1}(n) = P\underline{n}_Q + \frac{n - \underline{n}_Q}{Q} \quad (\text{D.4})$$

est la permutation qui caractérise l'entrelaceur matriciel inverse de réception.

Alors, la fonction qui caractérise le PCC équivalent s'écrit sous la forme :

si  $\underline{n}_N \geq \underline{i}_P Q$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} & \underline{n}_N + N\underline{n}_Q \geq iQ, \\ \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N - Q & \underline{n}_N + N\underline{n}_Q < iQ \end{cases} \quad (\text{D.5})$$

si  $\underline{n}_N < \underline{i}_P Q$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} - N + 1 & \underline{n}_N + N\underline{n}_Q \geq iQ, \\ \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} - Q + 1 & \underline{n}_N + N\underline{n}_Q < iQ \end{cases} \quad (\text{D.6})$$

$\forall i \in \{0, 1, \dots, N - 1\}, n \in \mathbb{Z}.$

*Démonstration.* On montre tout d'abord le résultat suivant :

$$\underline{n} - \underline{i}_P = \begin{cases} \underline{n}_P - \underline{i}_P & \underline{n}_P \geq \underline{i}_P, \\ \underline{n}_P - \underline{i}_P + P & \underline{n}_P < \underline{i}_P \end{cases} \quad (\text{D.7})$$

$\forall n \in \mathbb{Z}, i \in \{1, 2, \dots, N-1\}$ .

On considère les cas suivants

1. si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N)_P \geq \underline{i}_P$

(a) si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i$  alors

$$\begin{aligned} \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i) &= Q(\pi^{-1}(\underline{n}_N)_P - \underline{i}_P) + \\ &+ \frac{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i - \pi^{-1}(\underline{n}_N)_P + \underline{i}_P}{P} = \\ &= \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N)) - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} = \\ &= \underline{n}_N - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} \end{aligned} \quad (\text{D.8})$$

(b) si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) < i$  alors

$$\begin{aligned} \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N) &= Q(\pi^{-1}(\underline{n}_N)_P - \underline{i}_P) + \\ &+ \frac{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N - \pi^{-1}(\underline{n}_N)_P + \underline{i}_P}{P} = \\ &= \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N)) - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} + Q = \\ &= \underline{n}_N - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} + Q \end{aligned} \quad (\text{D.9})$$

2. si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N)_P < \underline{i}_P$

(a) si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i$  alors

$$\begin{aligned} \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i) &= Q(\pi^{-1}(\underline{n}_N)_P - \underline{i}_P + P) + \\ &+ \frac{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i - \pi^{-1}(\underline{n}_N)_P + \underline{i}_P - P}{P} = \\ &= \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N)) - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N - 1 = \\ &= \underline{n}_N - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N - 1 \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

(b) si  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) < i$  alors

$$\begin{aligned} \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N) &= Q(\pi^{-1}(\underline{n}_N)_P - \underline{i}_P + P) + \\ &+ \frac{\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N - \pi^{-1}(\underline{n}_N)_P + \underline{i}_P - P}{P} = \\ &= \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N)) - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N + Q - 1 = \\ &= \underline{n}_N - \underline{i}_P Q - \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N + Q - 1 \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$



---

Si  $\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N)}_P \geq \underline{i}_P$  et avec (D.8), (D.9) et (D.2) on obtient :

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} & \pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i, \\ \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N - Q & \pi^{-1}(\underline{n}_N) < i \end{cases} \quad (\text{D.12})$$

Si  $\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N)}_P < \underline{i}_P$  et avec (D.10), (D.11) et (D.2) on obtient :

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} - N + 1 & \pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i, \\ \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} - Q + 1 & \pi^{-1}(\underline{n}_N) < i \end{cases} \quad (\text{D.13})$$

D'autre part :

$$\underline{\pi^{-1}(\underline{n}_N)}_P = \frac{n - \underline{n}_Q}{\underline{Q}_P} = \frac{\underline{n}_N - \underline{n}_Q}{Q} \quad (\text{D.14})$$

D'où

$$\begin{aligned} \frac{\underline{n}_N - \underline{n}_Q}{Q} &\geq \underline{i}_P \Leftrightarrow \\ \underline{n}_N - \underline{n}_Q &\geq \underline{i}_P Q \Leftrightarrow \\ \underline{n}_N &\geq \underline{i}_P Q \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

De même, l'inégalité  $\pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i$  peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} P\underline{n}_Q + \frac{\underline{n}_N - \underline{n}_Q}{Q} &\geq i \Leftrightarrow \\ \frac{\underline{n}_N - \underline{n}_Q}{Q} &\geq i - P\underline{n}_Q \Leftrightarrow \\ \underline{n}_N &\geq (i - P\underline{n}_Q)Q \Leftrightarrow \\ \underline{n}_N + N\underline{n}_Q &\geq iQ \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

Avec (D.12), (D.13), (D.15) et (D.16) on a démontré la relation donnée dans l'énoncé.  $\square$



## Annexe E

### PCC équivalent de la chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires

Soit une chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires avec la relation entrée-sortie décrite par :

$$y(n) = u(n - f_i(n)) \quad (\text{E.1})$$

où  $u(n)$ ,  $y(n)$  est le signal d'entrée, respectivement de sortie de la chaîne,

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{n}_N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i) & \pi^{-1}(\underline{n}_N) \geq i, \\ \underline{n}_N + N - \pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N) & \pi^{-1}(\underline{n}_N) < i \end{cases} \quad (\text{E.2})$$

est la fonction qui caractérise le PCC équivalent,  $i \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$  représente le retard de transmission exprimé en nombre d'échantillons,

$$\pi(n) = \underline{Qn}_N \quad (\text{E.3})$$

est la permutation qui caractérise l'entrelaceur circulaire d'émission et

$$\pi^{-1}(n) = \frac{1}{\underline{Q}}n \quad (\text{E.4})$$

est la permutation qui caractérise l'entrelaceur circulaire inverse de réception.

Alors, la fonction qui caractérise le PCC équivalent s'écrit sous la forme :

$$\text{si } \underline{n}_N \geq \underline{iQ}_N$$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N & \frac{1}{\underline{Q}}n \geq i, \\ \underline{iQ}_N + N & \frac{1}{\underline{Q}}n < i \end{cases} \quad (\text{E.5})$$

$$\text{si } \underline{n}_N < \underline{iQ}_N$$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N - N & \frac{1}{\underline{Q}}n \geq i, \\ \underline{iQ}_N & \frac{1}{\underline{Q}}n < i \end{cases} \quad (\text{E.6})$$

$\forall i \in \{0, 1, \dots, N - 1\}, n \in \mathbb{Z}.$

*Démonstration.* Connaissant les expressions pour les permutations circulaires directe et inverse (E.3) et (E.4), on a :

$$\begin{aligned}\pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i) &= Q \left( \frac{1}{Q} \underline{n}_N - i \right) = \\ &= \underline{Q \frac{1}{Q} \underline{n}_N - iQ}_N\end{aligned}\quad (\text{E.7})$$

Sachant que  $\frac{1}{Q}Q = 1$ , on obtient :

$$\pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i) = \underline{n - iQ}_N \quad (\text{E.8})$$

$$\begin{aligned}\pi(\pi^{-1}(\underline{n}_N) - i + N) &= Q \left( \frac{1}{Q} \underline{n}_N - i + N \right) = \\ &= \underline{Q \left( \frac{1}{Q} \underline{n}_N - i \right) + N}_N = \\ &= \underline{n - iQ}_N\end{aligned}\quad (\text{E.9})$$

Si  $\underline{n}_N \geq \underline{iQ}_N$  alors  $\underline{n - iQ}_N = \underline{n}_N - \underline{iQ}_N$ . D'où, avec (E.8), (E.9) et (E.2), on a :

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N & \frac{1}{Q} \underline{n}_N \geq i, \\ \underline{iQ}_N + N & \frac{1}{Q} \underline{n}_N < i \end{cases} \quad (\text{E.10})$$

$\forall i \in \{1, 2, \dots, N - 1\}$ .

Si  $\underline{n}_N < \underline{iQ}_N$  alors  $\underline{n - iQ}_N = N + \underline{n}_N - \underline{iQ}_N$ . D'où, avec (E.8), (E.9) et (E.2), on a :

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N - N & \frac{1}{Q} \underline{n}_N \geq i, \\ \underline{iQ}_N & \frac{1}{Q} \underline{n}_N < i \end{cases} \quad (\text{E.11})$$

$\forall i \in \{1, 2, \dots, N - 1\}$ .

Avec (E.10) et (E.11), on a démontré la relation donnée dans l'énoncé.  $\square$

## Annexe F

# Annulation du caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels

Soit une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels (Fig. 4.3a). Le signal d'entrée de la chaîne,  $u^{(0)}(n)$ , est

$$u^{(0)}(n) = \begin{cases} u\left(\frac{n-\underline{n}_N}{N}PQ + \underline{n}_N\right) & \underline{n}_N < PQ, \\ 0 & \underline{n}_N \geq PQ \end{cases} \quad (\text{F.1})$$

où  $u(n)$  est un signal quelconque et  $N = (P + L)Q$ . L'entrelaceur matriciel d'émission a  $P + L$  lignes et  $Q$  colonnes et est décrit par la permutation :

$$\pi(n) = Q\underline{n}_{P+L} + \frac{n - \underline{n}_{P+L}}{P + L} \quad (\text{F.2})$$

Le retard de transmission est un nombre normal  $i$  tel que  $0 < i \leq L$ . L'entrelaceur inverse de réception a  $Q$  lignes et  $P + L$  colonnes et est décrit par la permutation :

$$\pi^{-1}(n) = (P + L)\underline{n}_Q + \frac{n - \underline{n}_Q}{Q} \quad (\text{F.3})$$

Alors, la sortie de la chaîne,  $v^{(0)}(n)$ , s'écrit en fonction de l'entrée,  $u^{(0)}(n)$ , sous la forme :

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - iQ) \quad (\text{F.4})$$

$\forall 0 < i \leq L$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

*Démonstration.* On sait que la relation entrée-sortie de la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels est

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - f_i(n)) \quad (\text{F.5})$$

Avec  $0 < i \leq L$ , (F.2) et (F.3), on peut montrer que la fonction du PCC équivalent,  $f_i(n)$ , s'écrit sous la forme :

$$f_i(n) = \begin{cases} iQ & \underline{n}_N \geq iQ, \\ iQ - N + 1 & \underline{n}_N < iQ \text{ et } \underline{n}_Q \neq 0, \\ iQ - Q + 1 & \underline{n}_N < iQ \text{ et } \underline{n}_Q = 0 \end{cases} \quad (\text{F.6})$$

Pour démontrer (F.4), on considère le cas  $\underline{n}_N < iQ$  car, pour  $\underline{n}_N \geq iQ$ , la relation (F.4) est vérifiée.

On partage l'ensemble  $\{0, 1, \dots, iQ - 1\}$  dans  $i$  sous ensembles de longueur  $Q$  de la forme :

$$\{(r-1)Q, (r-1)Q + 1, \dots, rQ - 1\}, \quad 1 \leq r \leq i \quad (\text{F.7})$$

On peut montrer que :

$$0 \leq i - r \leq L - 1 \quad (\text{F.8})$$

Dans la suite, on considère deux cas possibles :

(a) si  $(r-1)Q < \underline{n}_N < rQ$

$$N - (i-r)Q - Q - 1 < \underline{n}_N - iQ + N - 1 < N - (i-r)Q - 1 \quad (\text{F.9})$$

Avec (F.6) et (F.9), on obtient

$$\underline{n - f_i(n)}_Q = \underline{\underline{n}_N - iQ + N - 1}_Q \quad (\text{F.10})$$

$$= \underline{n}_N - (r-1)Q - 1 \quad (\text{F.11})$$

D'autre part, avec (F.8) et (F.9), on a

$$PQ - 1 < \underline{n}_N - iQ + N - 1 < N - 1 \quad (\text{F.12})$$

Avec (F.6) et (F.12), on obtient

$$\underline{n - f_i(n)}_N = \underline{\underline{n}_N - iQ + N - 1}_N \quad (\text{F.13})$$

$$= \underline{n}_N - iQ + N - 1 \quad (\text{F.14})$$

et

$$PQ - 1 < \underline{n - f_i(n)}_N \quad (\text{F.15})$$

Avec (F.11) et (F.14), on montre que :

$$\frac{\underline{n - f_i(n)}_N - \underline{n - f_i(n)}_Q}{Q} - P = L - 1 + r - i \quad (\text{F.16})$$

Avec la définition de  $u^{(0)}(n)$  (F.1), (F.15) et (F.16), on obtient

$$u^{(0)}(n - f_i(n)) = 0 \quad (\text{F.17})$$

(b) si  $\underline{n}_N = (r-1)Q$

$$\underline{n - f_i(n)}_Q = \underline{(r-1)Q - iQ + Q - 1}_Q = Q - 1 \quad (\text{F.18})$$

$$\underline{n - f_i(n)}_N = \underline{(r-1)Q - iQ + Q - 1}_N = N - (i-r)Q - 1 \quad (\text{F.19})$$

Avec (F.8) et (F.19), on a

$$(P+1)Q - 1 \leq \underline{n - f_i(n)}_N \quad (\text{F.20})$$

Avec (F.18) et (F.19), on montre que :

$$\frac{\underline{n - f_i(n)}_N - \underline{n - f_i(n)}_Q}{Q} - P = L - 1 + r - i \quad (\text{F.21})$$

Avec la définition de  $u^{(0)}(n)$  (F.1), (F.20) et (F.21), on obtient

$$u^{(0)}(n - f_i(n)) = 0 \quad (\text{F.22})$$

---

Donc

$$u^{(0)}(n - f_i(n)) = 0 \quad (\text{F.23})$$

$$\forall (r-1)Q \leq \underline{n}_N < rQ.$$

D'autre part, lorsque  $(r-1)Q \leq \underline{n}_N < rQ$ , on a

$$(r-i-1)Q \leq \underline{n}_N - iQ < (r-i)Q \quad (\text{F.24})$$

D'où

$$\underline{n - iQ}_Q = \underline{n}_N - (r-1)Q \quad (\text{F.25})$$

Avec (F.8) et (F.24), on obtient

$$-LQ \leq \underline{n}_N - iQ < 0 \quad (\text{F.26})$$

D'où :

$$\underline{n - iQ}_N = N + \underline{n}_N - iQ \quad (\text{F.27})$$

et

$$PQ \leq \underline{n - iQ}_N \quad (\text{F.28})$$

Avec (F.25) et (F.27), on a

$$\frac{\underline{n - iQ}_N - \underline{n - iQ}_Q}{Q} - P = L - 1 + r - i \quad (\text{F.29})$$

Avec la définition de  $u^{(0)}(n)$  (F.1), (F.28) et (F.29), on obtient

$$u^{(0)}(n - iQ) = 0 \quad (\text{F.30})$$

Avec (F.23) et (F.30), on a démontré la relation donnée dans l'énoncé.  $\square$





## Annexe G

# Annulation du caractère variant dans le temps de la chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires

Soit une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels (Fig. 4.3a). Le signal d'entrée de la chaîne,  $u^{(0)}(n)$ , est

$$u^{(0)}(n) = \begin{cases} u\left(\frac{n-\underline{n}_N}{N}((P-1)Q+R)+\underline{n}_N\right) & \underline{n}_N < (P-1)Q+R, \\ 0 & \underline{n}_N \geq (P-1)Q+R \end{cases} \quad (\text{G.1})$$

où  $u(n)$  est un signal quelconque et  $N = (P+L-1)Q+R$ ,  $0 < R < Q$ . L'entrelaceur circulaire d'émission est décrit par la permutation :

$$\pi(n) = \underline{Qn}_N \quad (\text{G.2})$$

L'existence de la permutation inverse est assurée par la condition  $\gcd(N, Q) = 1$ .

Le retard de transmission est un nombre normal  $i$  tel que  $0 < i \leq L$ . L'entrelaceur inverse de réception est décrit par la permutation :

$$\pi^{-1}(n) = \frac{1}{Q}n \quad (\text{G.3})$$

où  $\frac{1}{Q}$  est l'inverse modulo  $N$  du nombre normal  $N : \frac{1}{Q}Q \equiv 1$ .

Alors, la sortie de la chaîne,  $v^{(0)}(n)$ , s'écrit en fonction de l'entrée,  $u^{(0)}(n)$ , sous la forme :

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - iQ) \quad (\text{G.4})$$

$\forall 0 < i \leq L$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

*Démonstration.* On sait que la relation entrée sortie de la chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels est

$$v^{(0)}(n) = u^{(0)}(n - f_i(n)) \quad (\text{G.5})$$

Avec  $0 < i \leq L$  et sachant que  $N = (P+L-1)Q+R$ , on peut montrer que, si  $\underline{n}_N \geq iQ$ , alors  $\frac{1}{Q}n \geq i$ . Avec ce résultat, on montre que la fonction du PCC équivalent,  $f_i(n)$ , s'écrit sous la forme :

$$f_i(n) = \begin{cases} iQ & \underline{n}_N \geq iQ \text{ ou } \frac{1}{Q}n < i, \\ iQ - N & \underline{n}_N < iQ \text{ et } \frac{1}{Q}n \geq i \end{cases} \quad (\text{G.6})$$

Pour montrer (G.4), on considère le cas où  $\underline{n}_N < iQ$  et  $\frac{1}{Q}\underline{n}_N \geq i$  car, dans les autres cas, la relation (G.4) est vérifiée.

Avec  $\underline{n}_N < iQ$  et  $\frac{1}{Q}\underline{n}_N \geq i$ , on a

$$\underline{n - f_i(n)}_N = N + \underline{n}_N - iQ \quad (\text{G.7})$$

et

$$\underline{n - f_i(n)}_N \geq (P - 1)Q + R \quad (\text{G.8})$$

Avec (G.1), (G.7) et (G.8), on obtient

$$u^{(0)}(n - f_i(n)) = 0 \quad (\text{G.9})$$

$$= u(n - iQ) \quad (\text{G.10})$$

On a démontré ainsi la relation donnée dans l'énoncé.  $\square$

## Annexe H

### Variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels

Soit une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels (Fig. 6.1). La puissance reçue à la sortie de la chaîne  $P_Y(i)$  en fonction du retard de propagation  $i$ , a l'expression (6.10) :

$$P_Y(i) = \frac{S_U}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\bar{\Omega}(e^{j\omega})|^2 \sum_{r=-\nu}^{\nu} \left| T_r^{(i)}(e^{j(\omega+2\pi f_0)}) \Omega \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \right|^2 d\omega \quad (\text{H.1})$$

$\forall i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $N$  est la période de l'entrelaceur matriciel.  $S_U$  est la densité spectrale de puissance du signal d'entrée de la chaîne, supposée constante dans la bande du filtre d'émission.  $\Omega(e^{j\omega})$  et  $\bar{\Omega}(e^{j\omega})$  sont les fonctions de transfert des filtres d'émission, respectivement de réception, supposés filtres FIR.  $f_0$  est la fréquence porteuse dans la chaîne de transmission.  $T_r^{(i)}(e^{j\omega})$  est la fonction de transfert du filtre modulateur (1.14) :

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} W_N^{r(l-f_i(l))} e^{-j\omega f_i(l)} \quad (\text{H.2})$$

où  $f_i(n)$  est la fonction du PCC équivalent (6.3).

Alors, la puissance reçue à la sortie de la chaîne s'écrit en fonction du retard de propagation sous la forme :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} \approx -\frac{2}{N} \left( 1 - \frac{1}{Q} \right) |i| + 1 \quad (\text{H.3})$$

$\forall i \in \{-P+1, -P+2, \dots, P-1\}$ ,  $P$  est le nombre de lignes et  $Q$  le nombre de colonnes de l'entrelaceur matriciel,  $N = PQ$ .

*Démonstration.* On sait que la fonction du PCC équivalent d'une chaîne de transmission avec entrelaceurs matriciels s'écrit sous la forme (4.5), (4.6) :

si  $\underline{n}_N \geq \underline{i}_P Q$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} & \underline{n}_N + N \underline{n}_Q \geq iQ, \\ \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} + N - Q & \underline{n}_N + N \underline{n}_Q < iQ \end{cases} \quad (\text{H.4})$$

si  $\underline{n}_N < \underline{i}_P Q$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} - N + 1 & \underline{n}_N + N \underline{n}_Q \geq iQ, \\ \underline{i}_P Q + \frac{i - \underline{i}_P}{P} - Q + 1 & \underline{n}_N + N \underline{n}_Q < iQ \end{cases} \quad (\text{H.5})$$

où  $i \in \{0, 1, \dots, N - 1\}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

On veut simplifier cette expression pour un retard de transmission  $i \in \{1, 2, \dots, P - 1\}$  et  $i \in \{N - P + 1, N - P + 2, \dots, N - 1\}$ .

1.  $i \in \{1, 2, \dots, P - 1\}$

Si  $\underline{n}_N \geq iQ$ , alors l'inégalité  $\underline{n}_N + N \underline{n}_Q < iQ$  n'est plus vraie. Donc

$$f_i(n) = iQ \quad \forall \underline{n}_N \geq iQ \quad (\text{H.6})$$

Si  $\underline{n}_N < iQ$ , alors on montre que :

$$\underline{n}_N + N \underline{n}_Q \geq iQ \Leftrightarrow \underline{n}_Q \neq 0 \quad (\text{H.7})$$

$$\underline{n}_N + N \underline{n}_Q < iQ \Leftrightarrow \underline{n}_Q = 0 \quad (\text{H.8})$$

Donc

$$f_i(n) = \begin{cases} iQ - N + 1 & \underline{n}_N < iQ, \underline{n}_Q \neq 0 \\ iQ - Q + 1 & \underline{n}_N < iQ, \underline{n}_Q = 0 \end{cases} \quad (\text{H.9})$$

2.  $i \in \{N - P + 1, N - P + 2, \dots, N - 1\}$

Si  $\underline{n}_N \geq \underline{i}_P Q$  alors on montre que :

$$\underline{n}_N + N \underline{n}_Q \geq iQ \Leftrightarrow \underline{n}_Q = Q - 1 \quad (\text{H.10})$$

$$\underline{n}_N + N \underline{n}_Q < iQ \Leftrightarrow \underline{n}_Q \neq Q - 1 \quad (\text{H.11})$$

Donc

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{i}_P Q + Q - 1 & \underline{n}_N \geq \underline{i}_P Q, \underline{n}_Q = Q - 1 \\ \underline{i}_P Q + N - 1 & \underline{n}_N \geq \underline{i}_P Q, \underline{n}_Q \neq Q - 1 \end{cases} \quad (\text{H.12})$$

Si  $\underline{n}_N < \underline{i}_P Q$  alors l'inégalité  $\underline{n}_N + N \underline{n}_Q \geq iQ$  n'est plus vraie. Donc

$$f_i(n) = \underline{i}_P Q \quad \forall \underline{n}_N < \underline{i}_P Q \quad (\text{H.13})$$

Avec l'expression de la fonction  $f_i(n)$  obtenue ci-dessus, on veut déterminer une expression pour la fonction de transfert du filtre modulateur  $T_r^{(i)}(e^{j\omega})$  (H.2).

1.  $i \in \{1, 2, \dots, P - 1\}$

En utilisant (H.6), (H.9) et (H.2), on obtient

$$\begin{aligned} T_r^{(i)}(e^{j\omega}) &= \frac{1}{N} e^{-j\omega(iQ - Q + 1)} W_N^{r(-iQ - 1 + Q)} \sum_{q=0}^{i-1} W_N^{rqQ} \\ &\quad + \frac{1}{N} e^{-j\omega(iQ - N + 1)} W_N^{r(-iQ - 1)} \sum_{q=0}^{i-1} \sum_{r=1}^{Q-1} W_N^{r(qQ + r)} \\ &\quad + \frac{1}{N} e^{-j\omega iQ} W_N^{-riQ} \sum_{l=iQ}^{N-1} W_N^{rl} \end{aligned} \quad (\text{H.14})$$

a.  $r = 0$

$$T_0^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} e^{-j\omega i Q} [i(Q-1)e^{j\omega(N-1)} + ie^{j\omega(Q-1)} + N - iQ] \quad (\text{H.15})$$

b.  $r \neq 0, \underline{r}_P = 0$

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} e^{-j\omega i Q} W_N^{-r} i (e^{j\omega(Q-1)} - e^{j\omega(N-1)}) \quad (\text{H.16})$$

c.  $\underline{r}_P \neq 0$

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} e^{-j\omega i Q} W_N^{-riQ} \left( 1 - W_N^{riQ} \right) \left[ e^{j\omega(N-1)} \frac{W_N^{-r}}{1 - W_N^{rQ}} \frac{W_N^r - W_N^{rQ}}{1 - W_N^r} + e^{j\omega(Q-1)} \frac{W_N^{r(Q-1)}}{1 - W_N^{rQ}} - \frac{1}{1 - W_N^r} \right] \quad (\text{H.17})$$

On fait l'observation que, pour  $\underline{r}_P \neq 0$ , le module de la fonction de transfert du filtre modulateur,  $|T_r^{(i)}(e^{j\omega})|$ , en tant que fonction du retard  $i$ , a la propriété suivante :

$$|T_r^{(i)}(e^{j\omega})| = |T_r^{(P-i)}(e^{j\omega})| \quad (\text{H.18})$$

$\forall i \in \{1, 2, \dots, P-1\}$ .

Avec cette observation, on peut réécrire (H.1) sous la forme :

$$P_Y(i) = \frac{S_U}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left| \overline{\Omega}(e^{j\omega}) T_0^{(i)}(e^{j(\omega+2\pi f_0)}) \Omega(e^{j\omega}) \right|^2 d\omega + K \quad (\text{H.19})$$

$\forall i \in \{1, P-1\}$ ,  $K \in \mathbb{R}$  est une constante qui inclut l'influence des termes pour  $\underline{r}_P \neq 0$ . Les termes d'index  $\underline{r}_P = 0$  ont été considérés négligeables.

En utilisant (H.15), sachant que les filtres d'émission et de réception sont des filtres FIR et avec le théorème de Parseval, on réécrit (H.19) sous la forme :

$$P_Y(i) = \frac{1}{N^2} [i^2(Q-1)^2 + i^2 + (N-iQ)^2] \frac{S_U}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Omega(e^{j\omega}) \overline{\Omega}(e^{j\omega})|^2 d\omega + K \quad (\text{H.20})$$

$\forall i \in \{1, P-1\}$ .

A partir de (H.20), on peut approximer la puissance reçue normée  $\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)}$  par une droite :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} = ai + b \quad (\text{H.21})$$

où

$$a = \frac{P_Y(P-1) - P_Y(1)}{P-2} \quad (\text{H.22})$$

$$= \frac{2}{N} \left( \frac{1}{Q} - 1 \right) \quad (\text{H.23})$$

et  $b = 1$ .

2.  $i \in \{N - P + 1, N - P + 2, \dots, N - 1\}$

Avec un développement similaire, on obtient

$$P_Y(i) = \frac{1}{N^2} [(i_P Q)^2 + (P - i_P)^2 (Q - 1)^2 + (P - i_P)^2] \quad (\text{H.24})$$

$$\frac{S_U}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\Omega(e^{j\omega}) \overline{\Omega}(e^{j\omega})|^2 d\omega + K \quad (\text{H.25})$$

$\forall i \in \{N - P + 1, N - 1\}$ .

D'où, la puissance normalisée  $\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)}$  peut être approximée par la droite :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} = ai + b \quad (\text{H.26})$$

où

$$a = \frac{P_Y(N - 1) - P_Y(N - P + 1)}{P - 2} \quad (\text{H.27})$$

$$= \frac{2}{N} \left( 1 - \frac{1}{Q} \right) \quad (\text{H.28})$$

et  $b = 1$ .

Avec (H.21), (H.26) et utilisant la périodicité de la puissance reçue par rapport à  $i$ ,  $P_Y(i) = P_Y(i + N)$ , on obtient la relation (H.3).  $\square$

# Annexe I

## Variation de la puissance reçue en fonction du retard de transmission pour une chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires

Soit une chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires (Fig. 6.1). La puissance reçue à la sortie de la chaîne  $P_Y(i)$  en fonction du retard de propagation  $i$ , a l'expression (6.10) :

$$P_Y(i) = \frac{S_U}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |\bar{\Omega}(e^{j\omega})|^2 \sum_{r=-\nu}^{\nu} \left| T_r^{(i)}(e^{j(\omega+2\pi f)}) \Omega \left( e^{j(\omega - \frac{2\pi r}{N})} \right) \right|^2 d\omega \quad (\text{I.1})$$

$\forall i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $N$  est la période de l'entrelaceur circulaire.  $S_U$  est la densité spectrale de puissance du signal d'entrée de la chaîne supposée constante dans la bande du filtre d'émission.  $\Omega(e^{j\omega})$  et  $\bar{\Omega}(e^{j\omega})$  sont les fonctions de transfert des filtres d'émission, respectivement de réception, supposés filtres FIR.  $f_0$  est la fréquence porteuse dans la chaîne de transmission.  $T_r^{(i)}(e^{j\omega})$  est la fonction de transfert du filtre modulateur (1.14) :

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} W_N^{p(l-f_i(l))} e^{-j\omega f_i(l)} \quad (\text{I.2})$$

où  $f_i(n)$  est la fonction du PCC équivalent (6.3).

Alors, la puissance reçue à la sortie de la chaîne s'écrit en fonction du retard de propagation sous la forme :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} \approx \frac{2}{N^2} (1-Q)(N+P-PQ)|i| + 1 \quad (\text{I.3})$$

$\forall i \in \{-P+1, -P+2, \dots, P-1\}$ ,  $N = (P-1)Q + R$ ,  $0 < R < Q$ ,  $\gcd(N, Q) = 1$ .

*Démonstration.* On sait que la fonction du PCC équivalent d'une chaîne de transmission avec entrelaceurs circulaires s'écrit sous la forme (4.7), (4.8) :

si  $\underline{n}_N \geq \underline{iQ}_N$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N & \frac{1}{Q}n \geq i, \\ \underline{iQ}_N + N & \frac{1}{Q}n < i \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

si  $\underline{n}_N < \underline{iQ}_N$

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N - N & \frac{1}{Q}n \geq i, \\ \underline{iQ}_N & \frac{1}{Q}n < i \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

où  $i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$  et  $n \in \mathbb{Z}$ .

On veut simplifier cette expression pour un retard de transmission  $i \in \{1, 2, \dots, P-1\}$  et  $i \in \{N-P+1, N-P+2, \dots, N-1\}$ .

1.  $i \in \{1, 2, \dots, P-1\}$

Si  $\underline{n}_N \geq iQ$ , alors l'inégalité  $\frac{1}{Q}n < i$  n'est plus vraie. Donc

$$f_i(n) = iQ \quad \forall \underline{n}_N \geq iQ \quad (\text{I.6})$$

Si  $\underline{n}_N < iQ$ , alors on montre que :

$$\frac{1}{Q}n \geq i \Leftrightarrow \underline{n}_Q \neq 0 \quad (\text{I.7})$$

$$\frac{1}{Q}n < i \Leftrightarrow \underline{n}_Q = 0 \quad (\text{I.8})$$

Donc

$$f_i(n) = \begin{cases} iQ - N & \underline{n}_N < iQ, \underline{n}_Q \neq 0 \\ iQ & \underline{n}_N < iQ, \underline{n}_Q = 0 \end{cases} \quad (\text{I.9})$$

2.  $i \in \{N-P+1, N-P+2, \dots, N-1\}$

Si  $\underline{n}_N \geq iQ$  alors on montre que :

$$\frac{1}{Q}n \geq i \Leftrightarrow \underline{n}_Q = R \quad (\text{I.10})$$

$$\frac{1}{Q}n < i \Leftrightarrow \underline{n}_Q \neq R \quad (\text{I.11})$$

Donc

$$f_i(n) = \begin{cases} \underline{iQ}_N & \underline{n}_N \geq \underline{iQ}_N, \underline{n}_Q = R \\ \underline{iQ}_N + N & \underline{n}_N \geq \underline{iQ}_N, \underline{n}_Q \neq R \end{cases} \quad (\text{I.12})$$

Si  $\underline{n}_N < iQ$  alors l'inégalité  $\frac{1}{Q}n \geq i$  n'est plus vraie. Donc

$$f_i(n) = \underline{iQ}_N \quad \forall \underline{n}_N < iQ \quad (\text{I.13})$$

Avec l'expression de la fonction  $f_i(n)$  obtenue ci-dessus, on veut déterminer une expression pour la fonction de transfert du filtre modulateur  $T_r^{(i)}(e^{j\omega})$  (H.2).

1.  $i \in \{1, 2, \dots, P-1\}$



En utilisant (I.6), (I.9) et (I.2) on obtient

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \sum_{l=iQ}^{N-1} W_N^{r(l-iQ)} e^{-j\omega l Q} \quad (\text{I.14})$$

$$+ \frac{1}{N} \sum_{\substack{l=0 \\ l_Q \neq 0}}^{iQ-1} W_N^{r(l-iQ)} e^{j\omega(-iQ+N)} \quad (\text{I.15})$$

$$+ \frac{1}{N} \sum_{\substack{l=0 \\ l_Q = 0}}^{iQ-1} W_N^{r(l-iQ)} e^{-j\omega l Q} \quad (\text{I.16})$$

a.  $r = 0$

$$T_0^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} e^{-j\omega i Q} [N - iQ + i + i(Q-1)e^{j\omega N}] \quad (\text{I.17})$$

b.  $r \neq 0$

$$T_r^{(i)}(e^{j\omega}) = \frac{1}{N} \frac{(1 - W_N^{-riQ})(W_N^r - W_N^{rQ})}{(1 - W_N^r)(1 - W_N^{rQ})} (1 - e^{j\omega N}) e^{-j\omega i Q} \quad (\text{I.18})$$

On fait l'observation que, pour  $r \neq 0$ , le module de la fonction de transfert du filtre modulateur,  $|T_r^{(i)}(e^{j\omega})|$ , a la propriété :

$$|T_r^{(i)}(e^{j\omega})|^2 - |T_r^{(P-i)}(e^{j\omega})|^2 = -4 \sin\left(\frac{\pi}{N} r P Q\right) \sin\left(\frac{\pi}{N} r (P-2i) Q\right) \quad (\text{I.19})$$

$$\approx 0 \quad (\text{I.20})$$

$\forall i \in \{1, 2, \dots, P-1\}$ , car le rapport  $\frac{PQ}{N}$  est voisin de 1.

Avec cette observation on peut approximer la puissance reçue normée,  $\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)}$ , par la droite :

$$\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)} = ai + b \quad (\text{I.21})$$

où

$$a = \frac{P_Y(P-1) - P_Y(1)}{P-2} \quad (\text{I.22})$$

$$= \frac{1}{N^2} (1-Q)(2N+P-PQ) \quad (\text{I.23})$$

et  $b = 1$ . Dans la détermination de (I.23) on utilise aussi l'hypothèse que les filtres d'émission et de réception sont des filtres FIR et le théorème de Parseval.

2.  $i \in \{N-P+1, N-P+2, \dots, N-1\}$

Un développement similaire peut être utilisé pour déterminer tout d'abord la fonction de transfert du filtre modulateur,  $T_r^{(i)}(e^{j\omega})$ , et ensuite une droite d'estimation pour la puissance reçue normée  $\frac{P_Y(i)}{P_Y(0)}$ . Ainsi on peut démontrer complètement la relation (I.3).

□



## Annexe J

# Présentation de l'algorithme de décodage MAP

On s'intéresse à l'algorithme de décodage MAP pour une source de Markov à temps discret, avec un nombre fini d'états, observée à la sortie d'un canal gaussien sans mémoire (Fig. 8.1a). L'entrée et la sortie de la source de Markov sont binaires, représentées par des bits  $\{0, 1\}$ . Les bits de sortie de la source sont modulés BPSK. Le bruit qui affecte les symboles BPSK est un bruit gaussien blanc centré. L'hypothèse du bruit blanc est fondamentale dans le cadre de l'algorithme de décodage MAP.

On fait les notations suivantes :

- $u(k) \in \{0, 1\}$  les bits à l'entrée de la source de Markov ;
- $r$  le nombre des bits codés correspondant à un bit d'entrée  $u(k)$  ;
- $N$  le nombre de bits à la sortie de la source ;
- $v(n) = v(kr + i), i \in \{1, 2, \dots, r\}, k \in \{0, 1, \dots, N/r - 1\}$  les bits codés à la sortie de la source ;
- pour une transition entre les états  $S_{k-1}$  et  $S_k$ , on a, à l'entrée de la source, le bit  $u(k)$  et à la sortie les bits  $v(kr + i), i \in \{1, 2, \dots, r\}$  ;
- $x(n) = 2v(n) - 1, n \in \{1, 2, \dots, N\}$  le bit codé modulé BPSK ;
- $y(n) = x(n) + \eta(n)$  le symbole reçu à la sortie du canal, où  $\eta(n)$  est un bruit gaussien blanc centré de variance  $\sigma^2$  ;
- $\mathbf{y}(k) = [y(kr + 1) \ y(kr + 2) \ \dots \ y(kr + r)]$ ,  $k \in \{0, 1, \dots, N/r - 1\}$  est un vecteur de longueur  $r$  représentant les  $r$  symboles reçus correspondant au bit d'entrée  $u(k)$  ;
- $\mathbf{y}_1^N = [y(1) \ y(2) \ \dots \ y(N)]$  est un vecteur de longueur  $N$  représentant les symboles reçus correspondant à une trame binaire émise de longueur  $N$ .

On veut tout d'abord déterminer les probabilités :

$$\lambda_k(m) = P(S_k = m; \mathbf{y}_1^N) \quad (\text{J.1})$$

$$\sigma_k(m', m) = P(S_{k-1} = m'; S_k = m; \mathbf{y}_1^N) \quad (\text{J.2})$$

On pose :

$$\alpha_k(m) = P(S_k = m; \mathbf{y}_1^k) \quad (\text{J.3})$$

$$\beta_k(m) = P(\mathbf{y}_{k+1}^N / S_k = m) \quad (\text{J.4})$$

$$\gamma_k(m', m) = P(S_k = m; \mathbf{y}(k) / S_{k-1} = m') \quad (\text{J.5})$$

Avec ces notations, on peut écrire (J.1) et (J.2) sous la forme :

$$\lambda_k(m) = \alpha_k(m) \beta_k(m) \quad (\text{J.6})$$

$$\sigma_k(m', m) = \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m) \quad (\text{J.7})$$

Pour déterminer  $\alpha_k(m)$ , on utilise la récursion aller :

$$\alpha_k(m) = \sum_{(m')} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (\text{J.8})$$

où la somme se fait sur tous les états de départ possibles  $m' = S_{k-1}$  tels qu'il existe une transition vers l'état d'arrivée  $m = S_k$ .

Avec l'hypothèse que l'état de départ du codeur est connu,  $S_0 = 0$ , la condition initiale pour la récursion aller est

$$\alpha_0(m) = \begin{cases} 1 & m = 0, \\ 0 & m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{J.9})$$

Pour déterminer  $\beta_k(m)$ , on utilise la récursion retour :

$$\beta_k(m) = \sum_{(m')} \beta_{k+1}(m') \gamma_{k+1}(m, m') \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, N-1\} \quad (\text{J.10})$$

où la somme se fait sur tous les états d'arrivée possibles  $m' = S_{k+1}$  tels qu'il existe une transition à partir de l'état de départ  $m = S_k$ .

Si l'état d'arrivée du codeur est le même que l'état de départ,  $S_N = S_0$ , alors la condition initiale pour la récursion retour est

$$\beta_N(m) = \begin{cases} 1 & m = 0, \\ 0 & m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{J.11})$$

Si l'état d'arrivée du codeur,  $S_N$ , est inconnu, alors tous les états  $S_N$  peuvent être atteints avec la même probabilité et donc la condition initiale pour la récursion retour est

$$\beta_N(m) = 1 \quad \forall m \quad (\text{J.12})$$

Pour déterminer  $\gamma_k(m', m)$ , on utilise la relation :

$$\gamma_k(m', m) = P(u(k)) \prod_{i=1}^r p(y(kr+i)/x(kr+i)) \quad (\text{J.13})$$

où  $m' = S_{k-1}$  et  $m = S_k$  sont deux états entre lesquels il existe une transition,  $p(y(kr+i)/x(kr+i))$  est la densité de probabilité de la variable aléatoire  $y(kr+i)$ , conditionnée par  $x(kr+i) \in \{-1, +1\}$  et  $P(u(k))$  est la probabilité a priori pour le bit non codé  $u(k)$ .

On peut ainsi déterminer les probabilités (J.1) et (J.2). A l'aide de ces probabilités on peut déterminer le rapport de vraisemblance logarithmique des bits à l'entrée du codeur :

$$\Lambda(u(k)) = \ln \frac{P(u(k) = 1 / \mathbf{y}_1^N)}{P(u(k) = 0 / \mathbf{y}_1^N)} \quad (\text{J.14})$$

et le rapport de vraisemblance logarithmique des bits codés :

$$\Lambda(v(kr + i)) = \ln \frac{P(v(kr + i) = 1/\mathbf{y}_1^N)}{P(v(kr + i) = 0/\mathbf{y}_1^N)} \quad (\text{J.15})$$

En fonction du type du codeur convolutif on a des relations différentes pour déterminer (J.14) et (J.15) :

– **codeur convolutif nonrécursif**

$$\Lambda(u(k)) = \ln \frac{\sum_{m \in C'_k} \alpha_k(m) \beta_k(m)}{\sum_{m \in C_k} \alpha_k(m) \beta_k(m)} \quad (\text{J.16})$$

où  $C'_k$  est l'ensemble d'états du codeur  $m = S_k$  tels que  $u(k) = 1$  et  $C_k$  l'ensemble d'états du codeur  $m = S_k$  tels que  $u(k) = 0$ .

$$\Lambda(v(kr + i)) = \ln \frac{\sum_{(m', m) \in D_k'^{(i)}} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m)}{\sum_{(m', m) \in D_k^{(i)}} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m)} \quad (\text{J.17})$$

où  $D_k'^{(i)}$  est l'ensemble d'états du codeur  $(m', m) = (S_{k-1}, S_k)$  tels que  $v(kr + i) = 1$  et  $D_k^{(i)}$  l'ensemble d'états du codeur  $(m', m) = (S_{k-1}, S_k)$  tels que  $v(kr + i) = 0$ .

– **codeur convolutif récursif**

$$\Lambda(u(k)) = \ln \frac{\sum_{(m', m) \in C'_k} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m)}{\sum_{(m', m) \in C_k} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m)} \quad (\text{J.18})$$

où  $C'_k$  est l'ensemble d'états du codeur  $(m', m) = (S_{k-1}, S_k)$  tels que  $u(k) = 1$  et  $C_k$  l'ensemble d'états du codeur  $(m', m) = (S_{k-1}, S_k)$  tels que  $u(k) = 0$ .

$$\Lambda(v(kr + i)) = \ln \frac{\sum_{(m', m) \in D_k'^{(i)}} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m)}{\sum_{(m', m) \in D_k^{(i)}} \alpha_{k-1}(m') \gamma_k(m', m) \beta_k(m)} \quad (\text{J.19})$$

où  $D_k'^{(i)}$  est l'ensemble d'états du codeur  $(m', m) = (S_{k-1}, S_k)$  tels que  $v(kr + i) = 1$  et  $D_k^{(i)}$  l'ensemble d'états du codeur  $(m', m) = (S_{k-1}, S_k)$  tels que  $v(kr + i) = 0$ .

Pour éviter les problèmes de représentation numérique dans le calcul des rapports de vraisemblance logarithmique (J.14) et (J.15) (car  $\alpha_k(m)$ ,  $\beta_k(m)$  et  $\gamma_k(m', m)$  peuvent prendre des valeurs proches de zéro), on utilise l'algorithme log MAP et on fait la normalisation de  $\alpha_k(m)$  et  $\beta_k(m)$  (algorithme MAP avec normalisation).

L'algorithme log MAP consiste dans l'utilisation des logarithmes des  $\alpha_k(m)$ ,  $\beta_k(m)$  et  $\gamma_k(m', m)$  :

$$A_k(m) = \ln \alpha_k(m) \quad (\text{J.20})$$

$$B_k(m) = \ln \beta_k(m) \quad (\text{J.21})$$

$$\Gamma_k(m', m) = \ln \gamma_k(m', m) \quad (\text{J.22})$$

La normalisation se fait, pour un instant donné  $k$  et pour chaque état  $m$ , en divisant  $\alpha_k(m)$  par  $\sum_{(m)} \alpha_k(m)$  et  $\beta_k(m)$  par  $\sum_{(m)} \beta_k(m)$ .



## Annexe K

# Présentation du module de décodage SISO

Nous présentons ici l'implémentation de l'algorithme de décodage MAP sous la forme d'un module de décodage SISO (Fig. 8.1b). Nous considérons le cas d'un codeur convolutif non-récuratif, mais les relations montrées dans la suite peuvent facilement être écrites pour d'autres codeurs (codeur convolutif récuratif, canal à multitrajets).

Les entrées du module de décodage SISO sont représentées par :

- l'information a priori

$$L(u(k); I) = \ln \frac{P(u(k) = 1)}{P(u(k) = 0)} \quad (\text{K.1})$$

où  $P(u(k) = 1)$  est la probabilité a priori d'avoir le bit à l'entrée du codeur  $u(k) = 1$ .

- l'information intrinsèque

$$L(v(n); I) = \ln \frac{p(y(n)/v(n) = 1)}{p(y(n)/v(n) = 0)} \quad (\text{K.2})$$

où  $p(y(n)/v(n) = 1)$  est la densité de probabilité du symbole reçu  $y(n)$  sachant le bit codé émis  $v(n) = 1$ .

Les sorties du module de décodage SISO sont représentées par :

- l'information extrinsèque des bits à l'entrée du codeur

$$L(u(k); O) = \Lambda(u(k)) - L(u(k); I) \quad (\text{K.3})$$

où  $\Lambda(u(k))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique des bits à l'entrée du codeur :

$$\Lambda(u(k)) = \ln \frac{P(u(k) = 1/\mathbf{y}_1^N)}{P(u(k) = 0/\mathbf{y}_1^N)} \quad (\text{K.4})$$

et  $P(u(k) = 1/\mathbf{y}_1^N)$  est la probabilité a posteriori d'avoir à l'entrée du codeur le bit  $u(k) = 1$ , sachant la séquence reçue  $\mathbf{y}_1^N$ .

- l'information extrinsèque des bits codés

$$L(v(n); O) = \Lambda(v(n)) - L(v(n); I) \quad (\text{K.5})$$

où  $\Lambda(v(n))$  est le rapport de vraisemblance logarithmique des bits codés :

$$\Lambda(v(n)) = \ln \frac{P(v(n) = 1/\mathbf{y}_1^N)}{P(v(n) = 0/\mathbf{y}_1^N)} \quad (\text{K.6})$$

et  $P(v(n) = 1/\mathbf{y}_1^N)$  est la probabilité a posteriori d'avoir à la sortie du codeur le bit  $v(n) = 1$ , sachant la séquence reçue  $\mathbf{y}_1^N$ .

Pour déterminer les relations entrée-sortie du module de décodage SISO, on utilise l'algorithme log MAP présenté dans l'annexe J. Sachant que l'on veut déterminer des rapports de vraisemblance logarithmique, (K.4) et (K.6), on peut éliminer dans les expressions de  $A_k(m) = \ln \alpha_k(m)$ ,  $B_k(m) = \ln \beta_k(m)$  et  $\Gamma_k(m', m) = \ln \gamma_k(m', m)$  [38] toute constante qui dépend uniquement de l'instant  $k$ .

Ainsi, pour déterminer  $\Gamma_k(m', m)$ , on utilise la relation [38] :

$$\Gamma_k(m', m) = u(k)L(u(k); I) + \sum_{i=1}^r v(kr + i)L(v(kr + i); I) \quad (\text{K.7})$$

La récursion aller s'écrit dans ce cas :

$$A_k(m) = \ln \left( \sum_{m'} \exp (A_{k-1}(m') + \Gamma_k(m', m)) \right) \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (\text{K.8})$$

avec la condition initiale :

$$A_0(m) = \begin{cases} 0 & m = 0, \\ -\infty & m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{K.9})$$

Après normalisation,  $A_k(m)$  a l'expression :

$$\bar{A}_k(m) = A_k(m) - \sum_{m'} \exp (A_k(m')) \quad k \text{ fixé}, \forall m \quad (\text{K.10})$$

où la somme se fait sur tous les états  $m' = S_k$  possibles.

La récursion retour s'écrit dans ce cas :

$$B_k(m) = \ln \left( \sum_{m'} \exp (B_{k+1}(m') + \Gamma_{k+1}(m, m')) \right) \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (\text{K.11})$$

avec la condition initiale :

$$B_0(m) = \begin{cases} 0 & m = 0, \\ -\infty & m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{K.12})$$

Après normalisation,  $B_k(m)$  a l'expression :

$$\bar{B}_k(m) = B_k(m) - \sum_{m'} \exp (B_k(m')) \quad k \text{ fixé}, \forall m \quad (\text{K.13})$$

où la somme se fait sur tous les états  $m' = S_k$  possibles.

Le rapport de vraisemblance logarithmique pour les bits non codés,  $\Lambda(u(k))$ , s'écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \Lambda(u(k)) = & \ln \left( \sum_{m \in C'_k} \exp (\bar{A}_k(m) + \bar{B}_k(m)) \right) \\ & - \ln \left( \sum_{m \in C_k} \exp (\bar{A}_k(m) + \bar{B}_k(m)) \right) \end{aligned} \quad (\text{K.14})$$



---

Étant données les définitions des ensembles  $C_k'^{(i)}$  et  $C_k^{(i)}$ , on montre facilement la relation :

$$\Lambda(u(k)) = L(u(k); O) + L(u(k); I) \quad (\text{K.15})$$

Le rapport de vraisemblance logarithmique pour les bits codés,  $\Lambda(v(kr + i))$ , est déterminé avec la relation :

$$\begin{aligned} \Lambda(v(kr + i)) = & \ln \left( \sum_{(m', m) \in D_k'^{(i)}} \exp (\overline{A}_{k-1}(m') + \Gamma_k(m', m) + \overline{B}_k(m)) \right) \\ & - \ln \left( \sum_{(m', m) \in D_k^{(i)}} \exp (\overline{A}_{k-1}(m') + \Gamma_k(m', m) + \overline{B}_k(m)) \right) \end{aligned} \quad (\text{K.16})$$

Étant données les définitions des ensembles  $D_k'^{(i)}$  et  $D_k^{(i)}$ , on montre facilement la relation :

$$\Lambda(v(kr + i)) = L(v(kr + i); O) + L(v(kr + i); I) \quad (\text{K.17})$$

Donc, on peut déterminer les sorties du module de décodage SISO en fonction de ses entrées en utilisant l'algorithme log MAP avec normalisation.

## RÉSUMÉ DE THÈSE

### **Motivations**

Cette thèse a commencé en novembre 2003 et représente la suite de travaux réalisés dans notre laboratoire (quatre thèses déjà présentées). Le sujet de recherche de ces thèses est l'utilisation des filtres linéaires périodiquement variant dans le temps (Linear Periodic Time-Varying: LPTV) dans les communications analogiques et numériques. L'objectif de cette thèse consiste à appliquer les changements d'horloge périodiques (Periodic Clock Changes: PCCs), en tant que cas particulier des filtres LPTV, à la conception des systèmes d'accès multiple. L'étude s'est focalisée sur une classe de PCCs: les entrelaceurs bloc (entrelaceurs matriciels, entrelaceurs circulaires et permutations aléatoires). Après une étude bibliographique sur les filtres LPTV et les systèmes d'accès multiple existants, nous étudions deux systèmes d'accès multiple fondés sur des entrelaceurs bloc.

### **Accès multiple avec filtres LPTV**

Un premier système d'accès multiple fondé sur des entrelaceurs bloc déterministes (entrelaceurs matriciels et circulaires) est proposé. Après mise en forme, les utilisateurs sont modulés sur des porteuses disjointes, ce qui permet d'en assurer l'orthogonalité. Les échantillons du signal modulé sont ensuite entrelacés par un entrelaceur bloc, identique pour chaque utilisateur. A la sortie de l'entrelaceur un signal à spectre étalé est obtenu. Dans les canaux à multitrajets, la chaîne de transmission avec entrelaceurs bloc est équivalente à une somme de PCCs. A partir de ce résultat, une technique d'annulation du caractère variant dans le temps de la somme des PCCs a été proposée. On peut montrer que l'interférence multi-utilisateur est nulle, lorsque les utilisateurs sont quasi-synchrones. Des techniques d'égalisation adaptées à notre système d'accès multiple ont été proposées. Les performances du système ont été comparées avec d'autres techniques d'accès multiple (dont Direct Sequence Code Division Multiple Access: DS-CDMA, Chip Interleaved Block Spread-CDMA: CIBS-CDMA et Multi Carrier-CDMA: MC-CDMA). Basé sur l'équivalence du modulateur et de l'entrelaceur avec un filtre LPTV, un algorithme de synchronisation a été proposé. Cet algorithme utilise la variation de la puissance reçue en fonction de la désynchronisation entre systèmes d'émission et de réception. On peut ainsi employer une boucle d'avance-retard pour synchroniser le récepteur.

### **Accès multiple avec permutations aléatoires**

Un second système d'accès multiple fondé sur des permutations aléatoires est ensuite étudié. Les bits d'information sont codés par un code à répétition (filtre de mise en forme) et ensuite entrelacés par une permutation aléatoire. Les permutations sont différentes pour chaque utilisateur, permettant ainsi d'obtenir l'orthogonalité des utilisateurs. Dans des canaux à multitrajets, une technique d'ajout de zéros permet d'éliminer l'interférence entre des blocs de chips adjacents. Ainsi, des techniques itératives de réception peuvent être utilisées. Tout d'abord, les performances du système ont été comparées avec la technique d'accès multiple DS-CDMA en utilisant un récepteur non-itératif de type Rake. La dernière partie de la thèse est consacrée aux techniques de réception itératives adaptées à la technique d'accès multiple proposée. Dans un premier temps, les techniques de turbo égalisation dans un contexte mono-utilisateur sont étudiées, puis les techniques de détection turbo sont abordées dans un contexte multi-utilisateur. La convergence des techniques de réception itératives est évaluée par les diagrammes EXtrinsic Information Transfer (EXIT).

Les résultats obtenus dans cette thèse ont été publiés dans plusieurs conférences : ICASSP 2004, Montreal, Canada ; EUSIPCO 2004, Vienna, Austria ; EUSIPCO 2005, Antalya, Turkey ; Communications 2006, Bucharest, Romania ; EUSIPCO 2006, Florence, Italy.

**MOTS-CLÉS:** filtres LPTV, changements d'horloge périodiques, entrelaceurs bloc, entrelaceurs matriciels, permutations aléatoires, systèmes d'accès multiple, techniques d'égalisation, récepteurs itératifs.